

סיפּים אַהצאָה באַהאַק הבחינה

1. בתחילת הבחינה קראו היטב את כל השאלות וסמנו לעצמכם את השאלות המועדפות על ידכם. קראו כל שאלה לפחות פעמיים, כדי שלא תחמיצו נתון כלשהו.
2. **אין** צורך לענות על השאלות לפי סדר הופעתן. מומלץ לענות תחילה על השאלה הקלה יותר.
3. יש לכתוב תשובות מלאות ומנומקות. **אין** לדלג על שלבים בפתרון. יש לרשום את כל הטיוטות במחברת הבחינה **בלבד**.
4. **אין** לענות על מספר שאלות גדול מהדרוש. הבוחן יבדוק רק את 4 השאלות הראשונות במחברת. אם התחלתם שאלה ואינכם מעוניינים להשאירה זכרו למחוק אותה.
5. עדיף לענות על חלק משאלה מאשר לא לענות כלל.
6. הדגישו במרקר את התשובות הסופית או מסגרו אותן.
7. עם סיום הבחינה אל תמהרו לצאת! בדקו שוב את התשובות לתרגילים. ראו שלא החמצתם סעיף כלשהו.
8. אם אתם לא מצליחים לפתור שאלה **אל תאבדו איתה!** המשיכו לשאלה אחרת ייתכן שהיא תהיה נוחה יותר.
בסוף המבחן חזרו לשאלות שלא הצלחתם ונסו לפתור אותן שוב.
9. מומלץ להעזר בטבלאות ובסרטוטים במידת הצורך.

803 – רשימת נוסחאות מורחבת ודרכים לפתרון השאלות

בעיות

בעיות קנייה ומכירה:

א. בונים טבלה הכוללת שלוש עמודות ושני מצבים

סה"כ כסף	מחיר יחידה אחת	כמות	
			מצב I
			מצב II

ב. מציבים בטבלה את הנתונים וממלאים את העמודה החסרה בעזרת הנוסחה:

$$\text{סך כל הכסף} = \text{כמות} \cdot \text{מחיר יחידה אחת}$$

ג. מתוך הטבלה בונים משוואה אחת עם נעלם אחד או שתי משוואות עם שני נעלמים.

ד. פותרים את המשוואה או המשוואות.

ה. רושמים תשובה במילים.

* מומלץ לבצע בסוף התרגיל בדיקה בעזרת הצבת הפתרון שהתקבל בסיפור הבעיה.

בעיות אחוזים:

א. הנוסחה לחישוב אחוז מסוים מכמות נתונה היא:

$$\frac{\text{אחוז} \cdot \text{כמות}}{100}$$

ב. הנוסחה לחישוב כמות הגדולה באחוז מסוים מכמות נתונה היא:

$$\frac{\text{כמות} \cdot (\text{אחוז} + 100)}{100}$$

ג. הנוסחה לחישוב כמות הקטנה באחוז מסוים מכמות נתונה היא:

$$\frac{\text{כמות} \cdot (100 - \text{אחוז})}{100}$$

$$\frac{x \cdot 20}{100} = 0.2x \quad \text{20\% מ-} x \text{ הם:}$$

$$\frac{(100 + 20) \cdot x}{100} = 1.2x \quad \text{מוצר עולה } x \text{ ש"ח ומחירו מתייקר ב-20\%. מחירו החדש יהיה:}$$

$$\frac{(100 - 20) \cdot x}{100} = 0.8x \quad \text{מוצר עולה } x \text{ ש"ח ומחירו מוזל ב-20\%. מחירו החדש יהיה:}$$

בעיות תנועה:

א. בונים טבלה הכוללת שלוש עמודות ושני מצבים (בדרך כלל):

מהירות	זמן	דרך
מצב I		
מצב II		

ב. מציבים בטבלה את הנתונים וממלאים את העמודה החסרה באמצעות הנוסחה:

$$\text{מהירות} \cdot \text{זמן} = \text{דרך}$$

ג. מתוך הטבלה בונים משוואה אחת עם נעלם אחד או שתי משוואות עם שני נעלמים.

ד. פותרים את המשוואה או המשוואות.

ה. רושמים תשובה במילים.

* רוב התרגילים מומלץ לשרטט ציור של הבעיה.

דוגמאות לנושא בעיות:

שאלה 1

ליהיא קנתה שקיות ביסלי ושילמה בסך הכל 80 ש"ח.

יובל קנתה 7 שקיות ביסלי יותר משקנתה ליהיא. היא קיבלה הנחה של 10% על כל שקית ביסלי, ושילמה

בסך הכל 103.5 ש"ח.

א. כמה שקיות ביסלי קנתה ליהיא?

ב. מהו המחיר של שקית ביסלי (לפני ההנחה)?

פתרון שאלה 1

א. נבנה טבלה שתתאר את הבעיה:

נסמן ב- x את מספר השקיות שקנתה ליהיא.

נסמן ב- y את מחיר כל שקית ששילמה ליהיא.

יובל קיבלה 10% הנחה ולכן שילמה $0.9y = \frac{90y}{100}$ על כל שקית.

נמלא את הטבלה.

סה"כ כסף	מחיר שקית	כמות (מספר שקיות)	
80	y	x	ליהיא
$0.9y(x + 7)$	$0.9y$	$x + 7$	יובל

נבנה שתי משוואות:

$$\begin{cases} xy = 80 \\ (x + 7) \cdot 0.9y = 103.5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 80 \\ 0.9xy + 6.3y = 103.5 \end{cases}$$

$$0.9 \cdot 80 + 6.3y = 103.5$$

$$72 + 6.3y = 103.5$$

$$6.3y = 31.5 \quad / : 6.3$$

$$\boxed{y = 5}$$

$$x \cdot 5 = 80 \quad / : 5$$

$$\boxed{x = 16}$$

נציב $xy = 80$ במשוואה השנייה ונקבל:

נציב $y = 5$ במשוואה הראשונה ונקבל:

התשובה: ליהיא קנתה 16 שקיות ביסלי ושילמה 5 ש"ח על כל שקית.

שאלה 2

בקיץ היה מחיר חולצה גבוה ב-110 ש"ח ממחיר מכנסיים.

בחורף הייתה התייקרות של המוצרים: מחיר חולצה עלה ב-10% ומחיר מכנסיים עלה ב-20%. ההפרש שבין

המחיר של חולצה בחורף למחירה בקיץ שווה להפרש שבין מחיר מכנסיים בחורף למחירם בקיץ.

מצא את המחיר של חולצה ושל מכנסיים לפני ההתייקרות.

פתרון שאלה 2

נסמן ב- x את מחיר המכנסיים בקיץ.

מחיר החולצה בקיץ היה $x + 110$.

בחורף מחיר החולצה התייקר. המחיר עלה ב:

$$\frac{10 \cdot (x + 110)}{100} = 0.1(x + 110)$$

$$\frac{20 \cdot x}{100} = 0.2x$$

בחורף מחיר המכנסיים התייקר. המחיר עלה ב:

$$0.2x = 0.1(x + 110)$$

נשווה בין התייקרות החולצה והתייקרות המכנסיים:

$$0.2x = 0.1x + 11$$

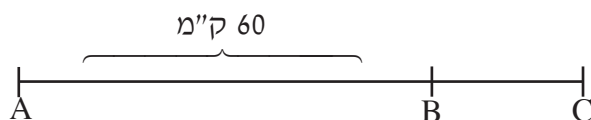
$$0.1x = 11 \quad / : 0.1$$

$$\boxed{x = 110}$$

התשובה: מחיר המכנסיים היה 110 ש"ח ומחיר החולצה היה 220 ש"ח.

שאלה 3

רוכב אופניים יצא בשעה 8:00 בבוקר מעיר A לכיוון עיר C ורכב במהירות 30 קמ"ש.



רוכב אופניים שני יצא ב-9:30 מעיר B המרוחקת 60 ק"מ מעיר A (B נמצאת בין עיר A לעיר C – ראה

ציור). הרוכב השני רכב במהירות 20 קמ"ש והגיע לעיר C בדיוק באותו הזמן כמו הרוכב הראשון.

מהו המרחק בין עיר A לעיר C?

פתרון שאלה 3

נבנה טבלה המתארת את הבעיה:

נסמן ב- x את המרחק בין העיר A לעיר C.

הרוכב הראשון רכב x ק"מ ואילו השני יצא מהעיר B ולכן רכב רק $x - 60$ ק"מ.

נמלא את הטבלה בעזרת הנוסחה: מהירות $\cdot$ זמן = דרך

דרך S	זמן t	מהירות V	
x	$\frac{x}{30}$	30	רוכב I
$x - 60$	$\frac{x - 60}{20}$	20	רוכב II

הרוכב השני יצא שעה וחצי לאחר הראשון (כלומר רכב שעה וחצי **פחות** מהראשון) ולכן, כדי להשוות את הזמנים, נוסיף לו את הזמן החסר.

$$\frac{x}{30} = \frac{x - 60}{20} + 1.5 \quad / \cdot 60$$

$$2x = 3(x - 60) + 90$$

$$2x = 3x - 180 + 90$$

$$90 = 3x - 2x$$

$$\boxed{90 = x}$$

התשובה: המרחק בין עיר A לעיר C הוא 90 ק"מ.

שאלה 4

המרחק בין שתי ערים הוא 600 ק"מ. מכונית נסעה מעיר A לעיר B. לאחר שעברה $\frac{1}{3}$ מהמרחק נאלצה להתעכב למשך שעה בגלל תקלה. לאחר תיקון התקלה המשיכה במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש ממהירות הקודמת והגיעה לעיר B בדיוק בזמן שתוכנן מראש.
מה הייתה מהירות המכונית לפני התקלה?

פתרון שאלה 4

נבנה טבלה המתארת את הבעיה:

נסמן ב- x את המהירות הרגילה של המכונית. המכונית עברה בהתחלה $\frac{1}{3}$ מהדרך, כלומר 200 ק"מ $= \frac{1}{3} \cdot 600$. ולכן, לאחר העיכוב נשאר לה לעבור 400 ק"מ $= 600 - 200$.

נמלא את הטבלה בעזרת נוסחה: מהירות $\cdot$ זמן = דרך

תכנון	מהירות V	זמן t	דרך S
	x	$\frac{600}{x}$	600
התחלה	x	$\frac{200}{x}$	200
ביצוע	0	1	0
המשך	x + 20	$\frac{400}{x + 20}$	400

נשווה את הזמן המתוכנן לזמן בביצוע:

$$\begin{aligned} \frac{600}{x} &= \frac{200}{x} + 1 + \frac{400}{x + 20} \quad / \cdot x(x + 20) \\ 600(x + 20) &= 200(x + 20) + x(x + 20) + 400x \\ 600x + 12000 &= 200x + 4000 + x^2 + 20x + 400x \\ 0 &= 200x + 4000 + x^2 + 20x + 400x - 600x - 12000 \\ 0 &= x^2 + 20x - 8000 \end{aligned}$$

קיבלנו משוואה ריבועית שבה: $a = 1$ $b = 20$ $c = -8000$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

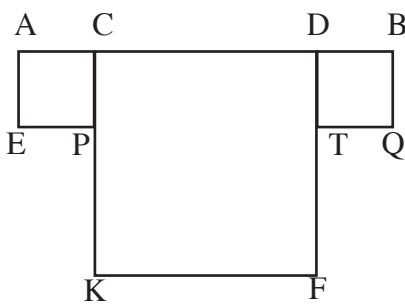
$$x_{1,2} = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8000)}}{2 \cdot 1} = \frac{-20 \pm \sqrt{32400}}{2} = \frac{-20 \pm 180}{2}$$

$$x_1 = \frac{-20 + 180}{2} = \frac{160}{2} = 80$$

$$x_2 = \frac{-20 - 180}{2} = \frac{-200}{2} = -100 \quad \leftarrow \text{נפסל}$$

התשובה: מהירות המכונית לפני התקלה הייתה 80 קמ"ש.

שאלה 5



נקודות C ו-D נמצאות על הקטע AB כך ש- $AC = DB$.

בונים ריבועים על הקטעים AC, CD, DB (ראה ציור).

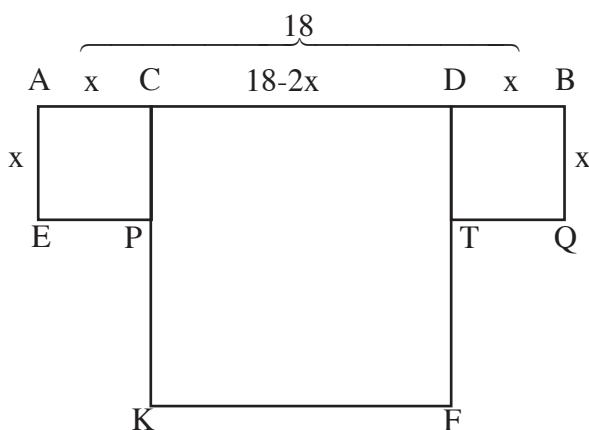
אורך הקטע AB הוא 18 ס"מ.

שטח הריבוע CDEF גדול ב-126 סמ"ר

מסכום שטחי הריבועים ACPE ו-DBQT.

חשב את אורך הקטע AC.

פתרון שאלה 5



נסמן ב- x את אורך צלע הריבוע הקטן.

$$CD = 18 - x - x = 18 - 2x$$

נשתמש בנוסחה למציאת שטח ריבוע:

$$S = (\text{צלע})^2$$

$$S_{\text{CDFK}} = (18 - 2x)^2$$

$$S_{\text{ACPE}} = x^2$$

$$S_{\text{DBQT}} = x^2$$

נבנה משוואה ונוסיף לסכום שטחי הריבועים הקטנים 126 סמ"ר:

$$x^2 + x^2 + 126 = (18 - 2x)^2$$

$$2x^2 + 126 = (18 - 2x)(18 - 2x)$$

$$2x^2 + 126 = 324 - 36x - 36x + 4x^2$$

$$0 = 2x^2 - 72x + 198$$

קיבלנו משוואה ריבועית שבה: $a = 2$ $b = -72$ $c = 198$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{72 \pm \sqrt{(-72)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 198}}{2 \cdot 2} = \frac{72 \pm \sqrt{3600}}{4} = \frac{72 \pm 60}{4}$$

$$x_1 = \frac{72 + 60}{4} = \frac{132}{4} = 33 \leftarrow \text{נפסל}$$

$$x_2 = \frac{72 - 60}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

התשובה: אורך הקטע AC הוא 3 ס"מ.

שאלה 6

בתוך מלבן שאורכו 14 ס"מ ורוחבו 9 ס"מ

חסומים ריבוע ומשולש (ראה ציור).

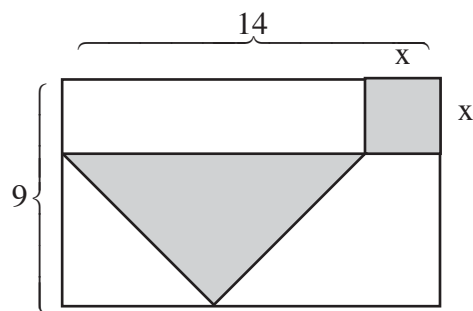
נסמן ב- x את אורך צלע הריבוע.

א. הבע באמצעות x את סכום השטחים

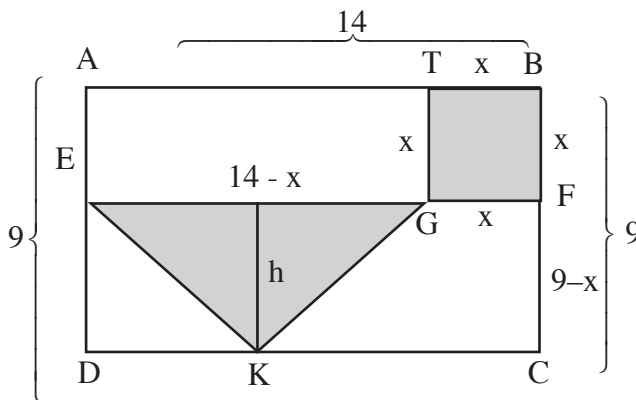
המקווקים.

ב. סכום השטחים המקווקים הוא 41 סמ"ר.

חשב את אורך צלע הריבוע.



פתרון שאלה 6



א. נתון 14 ס"מ $EF = AB = 14$ ו- $GF = x$

ולכן: $EG = 14 - x$

נוריד גובה h למשולש EKG . אורך הגובה

שווה לאורך FC , כלומר $h = 9 - x$.

נשתמש בנוסחה למציאת שטח ריבוע

$$S = (\text{צלע})^2$$

$$S_{\text{משולש}} = \frac{\text{גובה} \cdot \text{בסיס}}{2}$$

ובנוסחה למציאת שטח משולש

$$S_{\text{BFGT}} = x^2$$

$$S_{\text{EKG}} = \frac{(14-x)(9-x)}{2}$$

$$S_{\text{BFGT}} + S_{\text{EKG}} = x^2 + \frac{(14-x)(9-x)}{2} = x^2 + \frac{126 - 14x - 9x + x^2}{2} = x^2 + 63 - 7x - 4.5x + \frac{1}{2}x^2$$

$$S_{\text{BFGT}} + S_{\text{EKG}} = 1.5x^2 - 11.5x + 63$$

$$1.5x^2 - 11.5x + 63 = 41$$

$$1.5x^2 - 11.5x + 22 = 0$$

ב.

קיבלנו משוואה ריבועית שבה: $a = 1.5$ $b = -11.5$ $c = 22$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{11.5 \pm \sqrt{(-11.5)^2 - 4 \cdot 1.5 \cdot 22}}{2 \cdot 1.5} = \frac{11.5 \pm \sqrt{0.25}}{3} = \frac{11.5 \pm 0.5}{3}$$

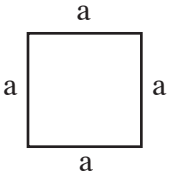
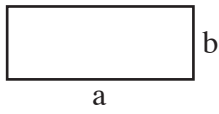
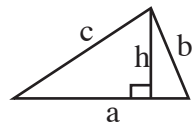
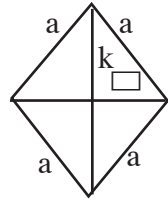
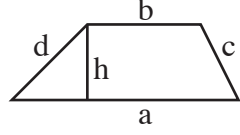
$$x_1 = \frac{11.5 + 0.5}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$x_2 = \frac{11.5 - 0.5}{3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

התשובה: אורך צלע הריבוע 4 ס"מ או $3\frac{2}{3}$ ס"מ.

בעיות גאומטריות:

א. נוסחאות לחישוב שטחים והיקפים:

הצורה	הסרטוט	השטח	ההיקף
ריבוע		a^2	$4a$
מלבן		$a \cdot b$	$2a + 2b$
משולש		$\frac{a \cdot h}{2}$	$a + b + c$
מעוין		$\frac{\ell \cdot k}{2}$	$4a$
טרפז		$\frac{(a + b) \cdot h}{2}$	$a + b + c + d$

הנדסה אנליטית

ברוב התרגילים מומלץ לבצע סרטוט (הסרטוט **אינו** חייב להיות במערכת צירים – אפשר לסרטט אותו באופן סכמטי).

א. **הקו הישר:** $y = mx + n$ (m – שיפוע הישר, n – נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-y).

כדי למצוא משוואת ישר יש צורך בנקודה (x, y) ובשיפוע m. נשתמש בנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

* דרכים למציאת שיעורי נקודה:

- נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-y: נציב במשוואת הישר $x = 0$ ונקבל את y.
- נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-x: נציב במשוואת הישר $y = 0$ ונקבל את x.

- נקודת חיתוך של שני ישרים: משווים בין שני הישרים ופותרים מערכת של שתי משוואות.
- נקודת אמצע קטע AB:



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \quad \text{נעזרים בנוסחה:}$$

הערה: בעזרת נוסחה זו ניתן למצוא גם קצה קטע אם נתון הקצה השני ואמצע הקטע.

* דרכים למציאת שיפוע

- מציאת שיפוע על פי שתי נקודות: נציב בנוסחה: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- ישרים מקבילים: לישרים מקבילים יש שיפועים שווים: $(m_1 = m_2)$
- ישרים מאונכים: לישרים מאונכים יש שיפוע הפכי ונגדי: $(m_1 \cdot m_2 = -1)$
- מציאת שיפוע על פי ישר נתון: מבודדים את y ← $y = mx + n$. m הוא השיפוע.

* מציאת מרחק בין שתי נקודות / אורך קטע

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \quad \text{ניעזר בנוסחה:}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{כדי למצוא את המרחק נוציא שורש ונקבל:}$$

הוכחות

- משולש ישר-זווית** - כדי להוכיח שמשולש הוא ישר-זווית נחשב את שיפועי הצלעות (על פי נוסחת m) ונראה שקיימות שתי צלעות ששיפועיהן הפכיים ונגדיים (או שמכפלת השיפועים -1).
 - משולש שווה-שוקיים** - כדי להוכיח שמשולש הוא שווה-שוקיים יש לחשב את אורכי הצלעות (על פי נוסחת d) ולהראות שקיימות 2 צלעות שוות באורך.
 - דלתון** - כדי להוכיח שמרובע הוא דלתון נחשב את אורכי הצלעות (על פי נוסחת d) ונראה כי 2 צלעות סמוכות שוות באורך ו-2 הצלעות האחרות שוות באורך.
 - מקבילית** - כדי להוכיח שמרובע הוא מקבילית יש לחשב את שיפועי 4 צלעותיו (על פי נוסחת m) ולהראות ששיפועי כל שתי צלעות נגדיות - שווים.
- (דרך נוספת היא להראות שאלכסוני המרובעים חוצים זה את זה על פי נוסחת אמצע קטע).