פתרונות מלאים

למבחנים 16, 17, 18, 19, 20

פתרון מבחן מתכונת מס' 16

תשובות

פתרון שאלה 1

א. נקודות A ו-B נמצאות על הפונקציה $y = -x^2 + 9x - 14$ ועל ציר ה-x. נציב $y = 0$

$$0 = -x^2 + 9x - 14$$

קיבלנו משוואה ריבועית: $c = -14 \quad b = 9 \quad a = -1$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-14)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-9 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{-9 \pm 5}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-9+5}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2 \qquad \boxed{A(2, 0)}$$

$$x_2 = \frac{-9-5}{-2} = \frac{-14}{-2} = 7 \qquad \boxed{B(7, 0)}$$

ב. נקודות C ו-D נמצאות על הישר $y = -6$ ועל הפרבולה $y = -x^2 + 9x - 14$.

נשווה את שתי המשוואות:

$$-6 = -x^2 + 9x - 14$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

קיבלנו משוואה ריבועית: $c = 8 \quad b = -9 \quad a = 1$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{9+7}{2} = \frac{16}{2} = 8 \qquad \boxed{C(8, -6)}$$

$$x_2 = \frac{9-7}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad \boxed{D(1, -6)}$$

ג. נשתמש בנוסחה למציאת שטח טרפז:

$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(\text{בסיס גדול} + \text{בסיס קטן}) \cdot \text{גובה}}{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(AB+CD)\cdot h}{2} = \frac{(5+7)\cdot 6}{2} = 36$$

פתרון שאלה 2

א. נבדוק מהו המספר התלת־ספרתי הקטן ביותר המתחלק ב־7 בלי שארית.

נבדוק אם 100 מתחלק ב־7 בלי שארית:

$$\frac{100}{7} = 14.285$$

מצאנו כי 100 חלקי 7 נותן 14 ושארית מסוימת. נכפול את 7 במספר הבא אחרי 14 (כלומר ב־15):

$$7 \cdot 15 = 105$$

קיבלנו את המספר התלת־ספרתי הקטן ביותר המתחלק ב־7 בלי שארית.

נבדוק אם 1000 מתחלק ב־7 בלי שארית:

$$\frac{1000}{7} = 142.85$$

מצאנו כי 1000 חלקי 7 נותן 142 ושארית מסוימת.

נכפול את 7 במספר השלם (כלומר ב־142): $7 \cdot 142 = 994$

קיבלנו את המספר התלת־ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב־7 בלי שארית.

המספרים המתחלקים ב־7 בלי שארית מהווים סדרה חשבונית: $105 , 112 , ... , 994$.

$a_1 = 105 \quad d = 7 \quad a_n = 994$

נשתמש בנוסחה למציאת איבר כללי:

$$a_n = a_1 + (n-1)\,d$$
$$994 = 105 + (n-1)\,7$$
$$994 = 105 + 7n - 7$$

נעביר את האיברים בהם מופיע n לאגף אחד:

$$994 - 105 + 7 = 7n$$
$$896 = 7n$$
$$\boxed{128 = n}$$

ב. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה חשבונית:

נתון כי: $a_1 = 105$, $n = 128$, $d = 7$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)\,d\right]$$

$$S_{128} = \frac{128}{2}\left[2 \cdot 105 + (128-1)\,7\right]$$

$$S_{128} = 64\left[210 + 889\right] = 64 \cdot 1099$$

$$\boxed{S_{128} = 70336}$$

פתרון שאלה 3

א. נסמן את הנתונים: $M_{(0)} = 200$, $M_{(3)} = 150$.

נשתמש בנוסחה: $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$

$$150 = 200 \cdot q^3 \quad / : 200$$

$$0.75 = q^3 \quad / \sqrt[3]{\ }$$

נקיש במחשבון $\boxed{=} \rightarrow \boxed{0.75} \rightarrow \boxed{\wedge} \rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{3}$ ונקבל

$$\boxed{0.9085 = q}$$

נציב בנוסחה: $q = 1 \pm \frac{P}{100}$:

$$0.9085 = 1 - \frac{P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$90.85 = 100 - P$$

$$P = 9.15\%$$

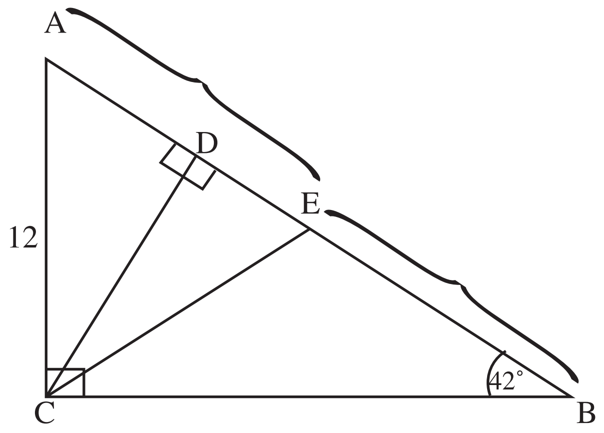
כמות החומר קטנה ב־9.15%.

ב. השקילה השלישית התבצעה בשעה 16:00, כלומר 10 שעות לאחר השקילה הראשונה. לכן: $t = 10$

נשתמש בנוסחה:

$M_{(10)} = 200 \cdot (0.9085)^{10} =$ 76.608 גרם

פתרון שאלה 4



א. ΔABC ישר-זווית ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$).

נתון אורך הניצב **מול** הזווית (AC) ומחפשים

את אורך **היתר** (AB).

נשתמש ב-sin.

$$\sin 42^\circ = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin 42^\circ = \frac{12}{AB}$$

$$AB = \frac{12}{\sin 42}$$

$\boxed{AB = 17.93 \text{ ס"מ}}$

ב. סכום הזוויות ב-ΔABC 180° ולכן $\sphericalangle A = 180 - 90 - 42 = 48^\circ$.

ΔACD ישר-זווית ($\sphericalangle ADC = 90^\circ$).

נתון אורך היתר ($AC = 12$) ומחפשים את אורך הניצב **מול** הזווית. נשתמש ב-sin.

$$\sin 48^\circ = \frac{CD}{AC}$$

$$\sin 48^\circ = \frac{CD}{12} \quad / \quad \cdot 12$$

$$12 \cdot \sin 48^\circ = CD$$

$\boxed{CD = 8.92 \text{ ס"מ}}$

ג. נשתמש ב-cos.

$$\cos 48^\circ = \frac{AD}{AC}$$

$$\cos 48^\circ = \frac{AD}{12} \quad / \quad \cdot 12$$

$$12 \cdot \cos 48^\circ = AD$$

$\boxed{AD = 8.03 \text{ ס"מ}}$

ד. CF תיכון ולכן: $AF = FB = \frac{17.93}{2} = 8.965$.

$DF = AF - AD = 8.965 - 8.03 = 0.935$ ס"מ

$S_{CDF} = \frac{CD \cdot DF}{2}$

$S_{CDF} = \frac{8.92 \cdot 0.935}{2} = 4.17$ סמ"ר

פתרון שאלה 5

א) $P\left(\text{לזכות בפיצה פלוס}\right) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

ב) $P\left(\text{לזכות בפצפיצה}\right) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{12}$

ג) הסיכוי לזכות ב"פצפיצה" גדול יותר.

פתרון שאלה 6

א. יואב צודק. ידוע שממוצע הגובה של הבנים היה 140 ס"מ. נוסף בן אחד והממוצע לא השתנה. לכן גובהו של הבן חייב להיות 140 ס"מ. אם הוא היה גבוה יותר, הממוצע היה עולה, ואם הוא היה נמוך מ־140 ס"מ, ממוצע הגבהים היה יורד.

ב. כדי שממוצע הגבהים הכללי לא ישתנה, ממוצע הגבהים של שני הבנים שנוספו חייב להיות 140 ס"מ. גובהו של אחד מהם 146 ס"מ. נסמן את גובהו של השני ב־x.

נעשה ממוצע בין שני הגבהים:

$140 = \frac{x + 146}{2} \quad / \cdot 2$

$280 = x + 146$

$280 - 146 = x$

$\boxed{134 = x}$ ס"מ

פתרון מבחן מתכונת מס׳ 17

תשובות

פתרון שאלה 1

א. בתחילת 2000 היה מספר התושבים 25,000.

בתחילת 2003 היה מספר התושבים 54,925.

ב. נשתמש בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$

$$54,925 = 25,000 \cdot q^3 \quad /:25,000$$
$$2.197 = q^3 \quad / \sqrt[3]{\ }$$
$$\boxed{q = 1.3}$$

נציב בנוסחה $q = 1 \pm \frac{P}{100}$

$$1.3 = 1 + \frac{P}{100} \quad / \cdot 100$$
$$130 = 100 + P$$
$$\boxed{30\% = P}$$

ג. נציב $t = 5$

$$M_{(5)} = 25,000 \cdot (1.3)^5 = 92,823$$

ד. נציב $t = -2$

$$M_{(-2)} = 25,000\ (1.3)^{-2} = 14,793$$

פתרון שאלה 2

הסדרה המבוקשת היא: $240\ ,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ ,\ 15$

נוכל לראות כי: $a_1 = 15$ $\quad a_5 = 240$

נשתמש בנוסחה למציאת האיבר הכללי: $a_n = a_1q^{n-1}$

$a_5 = a_1q^{5-1}$

$a_5 = a_1q^4$

$240 = 15 \cdot q^4 \quad / : 15$

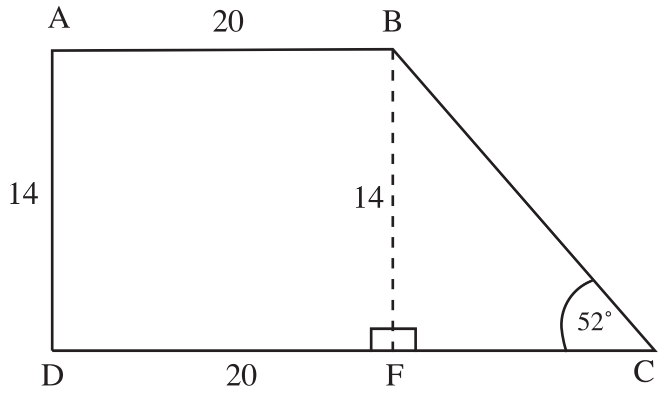
$16 = q^4 \quad / \sqrt[4]{\ }$

נקיש במחשבון $\boxed{=} \to \boxed{16} \to \boxed{\wedge} \to \boxed{\text{SHIFT}} \to \boxed{4}$ ונקבל: $\boxed{q = -2}$ $\boxed{2 = q}$

א. אם הסדרה עולה q גדול מ־1 ולכן: $\boxed{q = 2}$ $\quad a_2 = a_1 \cdot q = 15 \cdot 2 = 30$

ב. אם הסדרה אינה עולה $\boxed{q = -2}$ $\quad a_2 = a_1 \cdot q = 15 \cdot (-2) = -30$

פתרון שאלה 3



כדי למצוא את שטח הטרפז יש לדעת את אורך הבסיס הקטן, אורך הבסיס הגדול וגובה הטרפז.

אנו יודעים את אורך הבסיס הקטן (AB) ואת גובה הטרפז (AD). נותר למצוא את אורך הבסיס הגדול (DC).

נוריד גובה BF. קיבלנו מלבן ABFD ולכן: $AB = DF = 20$ ס"מ

$BF = AD = 14$ ס"מ

נתבונן ב-ΔBFC: אנו יודעים את הניצב **מול** הזווית ומחפשים את הניצב **ליד** הזווית. נשתמש ב-tan.

$$\tan 52 = \frac{14}{FC}$$
$$FC \cdot \tan 52 = 14$$
$$FC = \frac{14}{\tan 52}$$
$$\boxed{FC = 10.937}$$

$$DC = DF + FC = 20 + 10.937 = 30.937$$

נשתמש בנוסחה למציאת שטח טרפז:

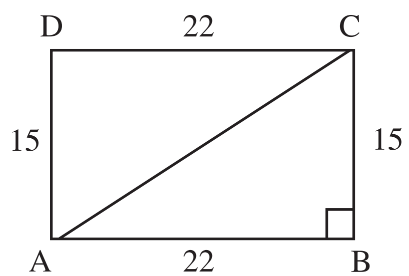
$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(\text{בסיס גדול} + \text{בסיס קטן}) \cdot \text{גובה}}{2}$$
$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(20 + 30.937) \cdot 14}{2} = 356.559 \text{ סמ"ר}$$

פתרון שאלה 4

א. נתבונן בבסיס הפירמידה ABCD:

כדי למצוא את אלכסון הבסיס (AC) נשתמש

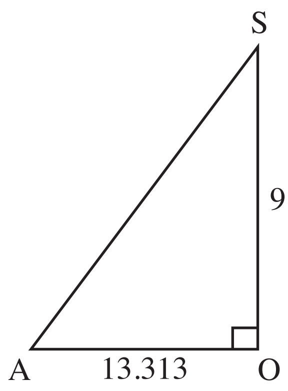
במשפט פיתגורס (ב-ΔABC):



$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$
$$22^2 + 15^2 = AC^2$$
$$709 = AC^2 \quad / \sqrt{\ }$$
$$\boxed{26.627 = AC \text{ ס"מ}}$$

ב. האלכסונים במלבן חוצים זה את זה, ולכן: $AO = CO = \frac{26.627}{2} = 13.313$ ס"מ

SO הוא הגובה לבסיס ולכן: $\measuredangle SOA = 90^\circ$.



נשתמש במשפט פיתגורס (ב־ΔASO):

$$AO^2 + SO^2 = AS^2$$
$$13.313^2 + 9^2 = AS^2$$
$$258.235 = AS^2$$
$$\boxed{16.069 = AS \text{ ס"מ}}$$

ג. הזווית בין המקצוע הצדדי AS לבסיס היא $\sphericalangle SAO$

אנו יודעים את **הניצבים** ולכן נשתמש ב־tan:

$$\tan \sphericalangle SAO = \frac{9}{13.313}$$
$$\tan \sphericalangle SAO = 0.676$$

כדי למצוא זווית נשתמש בכפתור SHIFT. נקיש במחשבון ונקבל:

$$\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\tan} \rightarrow \boxed{0.676} \rightarrow \boxed{=}$$
$$\boxed{\sphericalangle SAO = 34.059^\circ}$$

פתרון שאלה 5

נסמן את חמשת המספרים לפי סדר עולה: $6, 9, x, 16, 17$. נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע:

$$\bar{x} = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + ... + x_iF_i}{N}$$
$$\bar{x} = \frac{6+9+x+16+17}{5} = \frac{x+48}{5}$$

את מיקום החיצון נמצא לפי הנוסחה $\frac{N+1}{2}$.

מיקום החציון הוא: $3 = \frac{6}{2} = \frac{5+1}{2}$.

החציון הוא האיבר הנמצא במקום ה־3, כלומר: x.

נשווה בין הממוצע והחציון:

$$\frac{x+48}{5} = x \quad / \cdot 5$$

$$x + 48 = 5x$$

$$48 = 4x \quad / : 4$$

$$\boxed{12 = x}$$

פתרון שאלה 6

א. עקומת ההתפלגות הנורמלית סימטרית ולכן 50% מהצמחים גובהם מעל הממוצע (55 ס"מ = $\bar{x}$).
נתון כי 25% מהצמחים גובהם עולה על 70 ס"מ ולכן אחוז הצמחים שגובהם בין 55 ס"מ ל־70 ס"מ הוא: $50 - 25 = 25\%$.

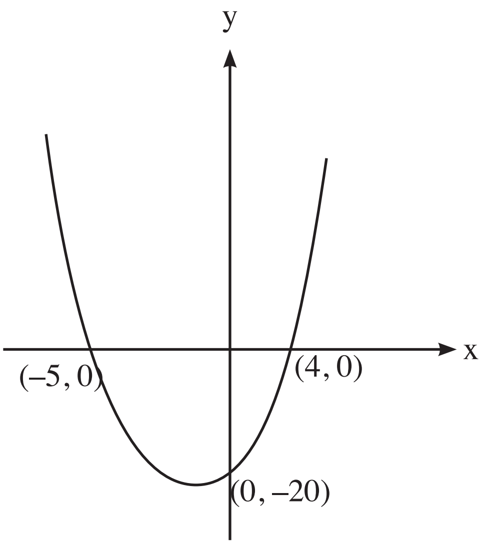
$$P(55-70) = \frac{25}{100} = 0.25$$

ב. 40 ס"מ נמצא במרחק זהה מהממוצע 55 = $\bar{x}$ כמו 70 ס"מ (15 ס"מ = 40 − 55 ,15 ס"מ = 55 − 70)
ולכן, כיוון שהעקומה הנורמלית סימטרית, אחוז הצמחים הנמוכים מ־40% זהה לאחוז הצמחים הגבוהים מ־70 ס"מ, כלומר 25%.

פתרון מבחן מתכונת מס' 18

תשובות

פתרון שאלה 1



א. נקודות חיתוך עם ציר x:

נציב $f(x) = 0$ ונקבל $0 = (x - 4)\ (x + 5)$

נפתח סוגריים $0 = x^2 + 5x - 4x - 20$

$0 = x^2 + x - 20$

קיבלנו משוואה ריבועית: $a = 1 \quad b = 1 \quad c = -20$

נשתמש בנוסחת השורשים

$$x_{1,2}\ \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+9}{2} = \frac{8}{2} = 4 \qquad (4, 0)$$

$$x_2 = \frac{-1-9}{2} = \frac{-10}{2} - 5 \qquad (-5, 0)$$

נקודת החיתוך עם ציר y: נציב $x = 0$ נקבל $(0, -20)$ $y = 0^2 + 0 - 20 = -20$

ב. לפי הגרף, הפונקציה $F(x)$ שלילית כאשר $-5 < x < 4$.

ג. נשתמש בנוסחה למציאת קדקוד $x_k = \frac{-b}{2a}$

נציב: $a = 1$ $b = 1$ ונקבל: $x_k = \frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$

נציב $x = -\frac{1}{2}$ בפונקציה המקורית ונקבל: $f_{(-\frac{1}{2})} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 20 = -20.25$

$\boxed{k\left(-\frac{1}{2}, -20.25\right)}$

ד. הפונקציה עולה עבור כל x הנמצא מימין לקדקוד, כלומר כאשר $\boxed{-\frac{1}{2} < x}$

פתרון שאלה 2

א. נסמן את מחיר הבול הזול: a_1

יש 5 חבילות ולכן מחיר הבול היקר: a_5

$$\begin{cases} a_5 = 9 \cdot a_1 \\ \underline{S_5 = 100} \end{cases}$$

נשתמש בנוסחה למציאת איבר כללי $a_n = a_1 + (n-1)d$

נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה חשבונית $S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 9a_1 \\ \frac{5}{2}\left[2a_1 + 4d\right] = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8a_1 + 4d = 0 \\ 2 \cdot 5\left[2a_1 + 4d\right] = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4d = 8a_1 \quad /:4 \\ 5a_1 + 10d = 100 \end{cases}$$

$$\boxed{d = 2a_1}$$

נציב:

$5a_1 + 10 \cdot 2a_1 = 100$

$25a_1 = 100$

$\boxed{a_1 = 4}$

מחיר הבול הזול 4 ש"ח

ב.

$d = 2a_1$

$d = 2 \cdot 4$

$d = 8$

נשתמש בנוסחה למציאת האיבר הכללי $a_n = a_1 + (n - 1)\, d$

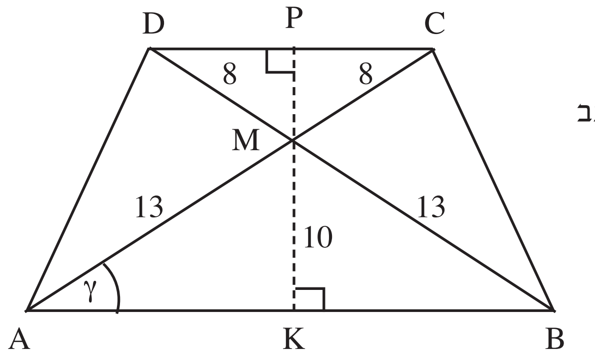
$a_5 = a_1 + 4d$

$a_5 = 4 + 4 \cdot 8$

$\boxed{a_5 = 36}$

מחיר הבול היקר 36 ש"ח.

פתרון שאלה 3



א. ΔAMK ישר-זווית ($\sphericalangle MKA = 90^\circ$).

אנו יודעים את אורך **היתר** (AM) ואת אורך הניצב **מול** הזווית (MK).

נשתמש ב-sin.

$$\sin\alpha = \frac{MK}{AM}$$

$$\sin\alpha = \frac{10}{13} \quad / \text{ SHIFT sin}$$

כדי למצוא זווית נשתמש בכפתור SHIFT. $\boxed{\alpha = 50.28^\circ}$

ב. $\sphericalangle DCM = \sphericalangle MAK = 50.28^\circ$ (זוויות מתחלפות בין קווים מקבילים - שוות).

ΔPCM ישר-זווית ($\sphericalangle MPC = 90^\circ$). אנו יודעים את אורך **היתר** (MC) ומחפשים את אורך הניצב **מול** הזווית (PM).

נשתמש ב-sin.

$$\sin 50.28^\circ = \frac{MP}{MC}$$

$$\sin 50.28^\circ = \frac{MP}{8} \quad / \cdot 8$$

$$8\sin 50.28^\circ = MP$$

$$\boxed{MP = 6.153 \text{ ס"מ}}$$

ג. ΔAMK ישר-זווית ($\sphericalangle MKA = 90^\circ$) אנו יודעים את אורך **היתר** (AM) ומחפשים את אורך הניצב **ליד** הזווית (AK). נשתמש ב-cos.

$$\cos 50.28^\circ = \frac{AK}{AM}$$

$$\cos 50.28^\circ = \frac{AK}{13} \quad / \cdot 13$$

$$13\cos 50.28^\circ = AK$$

$$\boxed{AK = 8.307 \text{ ס"מ}}$$

ΔAMB שווה-שוקיים ולכן הגובה MK הוא גם תיכון:

$BK = AK = 8.307$ ס"מ

$AB = 8.307 + 8.307 = 16.614$ ס"מ

ד. ΔPMC ישר-זווית ($\sphericalangle MPC = 90^\circ$). אנו יודעים את אורך **היתר** (MC) ומחפשים את אורך הניצב **ליד** הזווית (PC).

נשתמש ב-cos.

$$\cos 50.28^\circ = \frac{PC}{MC}$$

$$\cos 50.28^\circ = \frac{PC}{8} \quad / \cdot 8$$

$$8\cos 50.28^\circ = PC$$

$$\boxed{PC = 5.112 \text{ ס"מ}}$$

ΔCMD שווה-שוקיים ולכן הגובה MP הוא גם תיכון:

$DP = PC = 5.112$ ס"מ

$DC = 5.112 + 5.112 = 10.224$ ס"מ

ה. נשתמש בנוסחה למציאת שטח טרפז:

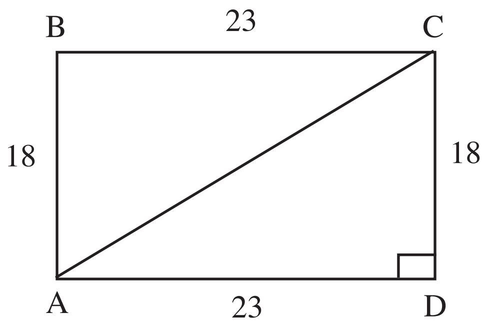
$$S = \frac{(\text{בסיס גדול} + \text{בסיס קטן}) \cdot \text{גובה}}{2}$$

$$PK = PM + MK = 6.153 + 10 = 16.153$$

$$S = \frac{(DC + AB) \cdot PK}{2} = \frac{(10.224 + 16.614) \cdot 16.153}{2} = 216.757 \text{ סמ"ר}$$

פתרון שאלה 4

א. משולש ACD הוא ישר־זווית.



נשתמש במשפט פיתגורס:

$AD^2 + CD^2 = AC^2$

$23^2 + 18^2 = AC^2$

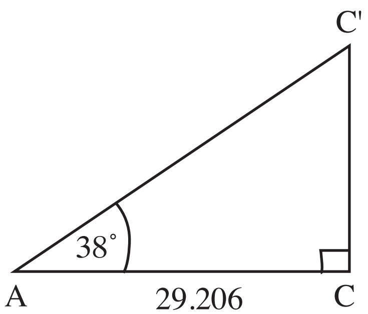
$853 = AC^2 \quad / \sqrt{\ }$

$\boxed{29.206 = AC}$ ס"מ

ב. משולש 'ACC הוא ישר־זווית.

הניצב **ליד** הזווית נתון ומחפשים את הניצב **מול** הזווית.

נשתמש ב־tan.



$\tan 38^\circ = \frac{CC'}{29.206} \quad / \cdot 29.206$

$CC' = 29.206 \cdot \tan 38^\circ$

$\boxed{CC' = 22.818}$ ס"מ

ג. נשתמש בנוסחה למציאת שטח פנים של תיבה: $S = 2 \cdot AD \cdot DC + 2 \cdot DC \cdot DD' + 2AD \cdot DD'$

$S = 2 \cdot 23 \cdot 18 + 2 \cdot 18 \cdot 22.818 + 2 \cdot 23 \cdot 22.818$

$\boxed{S = 2699.07}$ סמ"ק

פתרון שאלה 5

נחשב את כל 36 האפשרויות הקיימות:

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

א. כל הסכומים האפשריים הם: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

ב. כל האפשרויות לקבל סכום השווה ל־9 הן: (3 , 6) (4 , 5) (5 , 4) (6 , 3)

ג. כל האפשרויות לקבל סכום 8 הן: (2 , 6) (3 , 5) (4 , 4) (5 , 3) (6 , 2) ולכן:

$$P(\text{סכום } 8) = \frac{5}{36}$$

ד. הסיכוי לקבלת המספר 7 הוא הגבוה ביותר.

ה. האפשרויות לקבלת סכום 7 הן: (1 , 6) (2 , 5) (3 , 4) (4 , 3) (5 , 2) (6 , 1)

ולכן:

$$P(\text{סכום } 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

פתרון שאלה 6

א. עקומת ההתפלגות הנורמלית סימטרית. $\boxed{\textbf{השכיח = החציון = הממוצע}}$.

נתון כי השכיח הוא 2.1 ס"מ ולכן $\boxed{\bar{x} = 2.1}$

נתון כי שליש מהעגבניות הן עם קוטר העולה על 2.5 ס"מ, כלומר רחוקות לפחות 0.4 ס"מ מהממוצע

ולכן, מאחר שהעקומה סימטרית, שליש מהעגבניות תהיינה לפחות 0.4 ס"מ פחות מהממוצע.

$2.1 - 0.4 =$ 1.7 ס"מ

ב. אם חצי מהעגבניות קוטרן קטן מ-2.1 ושליש מהעגבניות קוטרן קטן מ-1.7 אז $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

מהעגבניות קוטרן בין 1.7 ל-2.1.

פתרון מבחן מתכונת מס׳ 19

תשובות

פתרון שאלה 1

א. (1) כמות החומר בשנה השנייה הייתה 960 גרם.

(2) כמות החומר בשנה החמישית הייתה 491.52 גרם.

ב. נסמן את הנתונים: $M_{(2)} = 960 \quad M_{(5)} = 491.52$

נשתמש בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$

$$\begin{cases} 491.52 = M_0 \cdot q^5 \\ 960 = M_0 \cdot q^2 \end{cases}$$

נחלק את המשוואות:

$$0.512 = q^3 \quad / \sqrt[3]{\ }$$

$$\boxed{0.8 = q}$$

נציב בנוסחה $q = 1 \pm \frac{P}{100}$

$$0.8 = 1 - \frac{P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$80 = 100 - P$$

$$\boxed{P = 20\%}$$

ג. נקודה A מסמלת את הכמות ההתחלתית של החומר.

נשתמש בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$

$$960 = M_0 \cdot (0.8)^2$$

$$960 = M_0 \cdot 0.64 \quad /:0.64$$

$$\boxed{1500 = M_0}$$

ד. נקודה B מסמלת את כמות החומר לאחר 7 שנים.

$$M_{(7)} = 1500 \cdot (0.8)^7 = 314.57$$

ה. המשקל ההתחלתי היה 1,500 גרם ולכן צריך למצוא מתי כמות החומר ירדה מתחת ל-750 גרם.

נציב $t = 3$ $\qquad M_{(3)} = 1500 \cdot (0.8)^3 = 768$

נציב $t = 4$ $\qquad M_{(4)} = 1500 \cdot (0.8)^4 = 614.4$

לאחר 4 שנים כמות החומר ירדה מתחת למחצית הכמות ההתחלתית.

פתרון שאלה 2

א. על פי הגרף מספר הכיסאות בשורות באולם הוא: $12\ ,\ 15\ ,\ 18\ ,\ 21\ ,\ 24\ ,\ ...$

כל שורה גדולה מהקודמת לה ב-3 כיסאות.

ב. (1) נשתמש בנוסחה למציאת איבר כללי:

נציב: $a_1 = 12 \quad d = 3 \quad n = 15$

$$a_n = a_1 + (n-1)\,d$$

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$a_{15} = 12 + 14 \cdot 3$$

$$\boxed{a_{15} = 54}$$

(2) נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה חשבונית:

נציב: $S_n = 612 \quad a_1 = 12 \quad d = 3$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

$$612 = \frac{n}{2}\left[2 \cdot 12 + (n-1) \cdot 3\right] \ / \cdot 2$$

$$1224 = n\left[24 + 3n - 3\right]$$

$$1224 = n\left[3n + 21\right]$$

$$1224 = 3n^2 + 21n$$

$$0 = 3n^2 + 21n = 1224$$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

נציב $a = 3 \quad b = 21 \quad c = -1224$

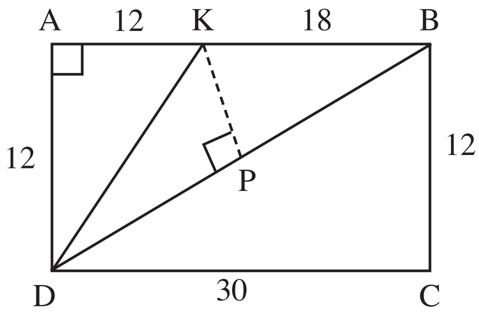
$$n_{1,2} = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1224)}}{2 \cdot 3} = \frac{-21 \pm \sqrt{15,129}}{6} = \frac{-21 \pm 123}{6}$$

$$n_1 = \frac{-21+123}{6} = \frac{102}{6} = 17$$

$$n_2 = \frac{-21-123}{6} = \frac{-144}{6} = -24 \rightarrow$$ נפסל

באולם יש 17 שורות.

פתרון שאלה 3



א. ΔBDC ישר-זווית ($\sphericalangle BCD = 90^\circ$).

אנו יודעים את אורך הניצב **מול** הזווית (BC)

ואורך הניצב **ליד** הזווית (CD). נשתמש ב-tan.

$$\tan \sphericalangle BDC = \frac{BC}{DC}$$

$$\tan \sphericalangle BDC = \frac{12}{30} \quad / \text{ SHIFT tan}$$

כדי למצוא זווית משתמשים בכפתור SHIFT. $\boxed{\sphericalangle BDC = 21.8^\circ}$

ב. $\sphericalangle DBC = 180 - 90 - 21.8 = 68.2^\circ$

$\sphericalangle ABD = 90^\circ - 68.2 = \underline{\underline{21.8^\circ}}$

$\sphericalangle ADB = 90 - 21.8 = 68.2^\circ$

ΔADK שווה-שוקיים ולכן: $\sphericalangle ADK = \sphericalangle AKD = 45^\circ$.

$\sphericalangle KDB = \sphericalangle ADB - \sphericalangle ADK$

$\sphericalangle KDB = 68.2 - 45 = \underline{\underline{23.2^\circ}}$

$\sphericalangle DKB = 180 - 23.2 - 21.8 = \underline{\underline{135^\circ}}$

ג. נשתמש במשפט פיתגורס: $(\text{יתר})^2 = (\text{ניצב})^2 + (\text{ניצב})^2$

$DC^2 + BC^2 = BD^2$

$30^2 + 12^2 = BD^2$

$1044 = BD^2$

$\boxed{32.31 = BD \quad \text{ס"מ}}$

ד. נשתמש בנוסחה למציאת שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot (\text{צלע}) \cdot (\text{צלע}) \cdot \sin(\text{הזווית ביניהן})$

$S_{DKB} = \frac{1}{2} KB \cdot DB \cdot \sin 21.8^\circ = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 32.31 \cdot \sin 21.8 = 108$ סמ"ר

ה. ΔBKP ישר-זווית ($\sphericalangle KPB = 90^\circ$). אנו יודעים את אורך **היתר** (KB) ומחפשים את אורך הניצב **מול** הזווית (KP). נשתמש ב-sin.

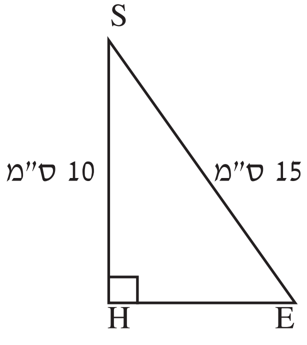
$\sin 21.8 = \frac{KP}{KB}$

$\sin 21.8 = \frac{KP}{18} \quad / \cdot 18$

$18 \sin 21.8 = KP$

$\boxed{KP = 6.684 \quad \text{ס"מ}}$

פתרון שאלה 4



א. נתבונן ב־ΔSHE:

SH הוא גובה הפירמידה ולכן $\sphericalangle H = 90^\circ$.

נשתמש במשפט פיתגורס:

$HE^2 + SH^2 = SE^2$

$HE^2 + 10^2 = 15^2$

$HE^2 + 100 = 225$

$HE^2 = 225 - 100$

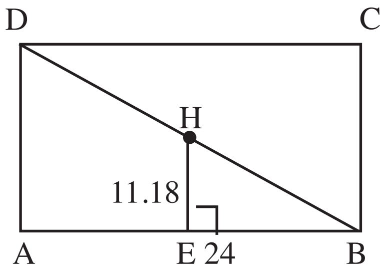
$HE^2 = 125 \quad / \sqrt{}$

$\boxed{HE = 11.18 \quad \text{ס"מ}}$

נתבונן בבסיס הפירמידה ABCD:

נקודה E היא אמצע AB, ולכן: AE = BE = 12 ס"מ.

נשתמש במשפט פיתגורס (ב-ΔHEB):



$$BE^2 + EH^2 = HB^2$$
$$12^2 + 11.18^2 = HB^2$$
$$268.99 = HB^2 \quad / \sqrt{\ }$$
$$\boxed{HB = 16.40 \text{ ס"מ}}$$

האלכסונים במלבן חוצים זה את זה ולכן DH = HB = 16.40 ס"מ.

ב. נשתמש במשפט פיתגורס (ב-ΔDAB):

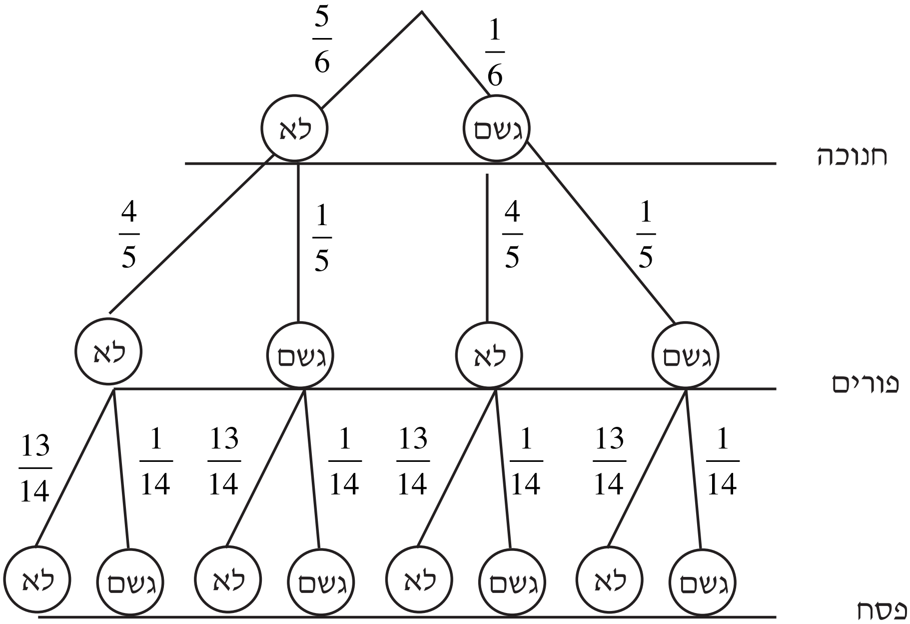
$$AB^2 + AD^2 = DB^2$$
$$24^2 + AD^2 = 32.80^2$$
$$576 + AD^2 = 1075.84$$
$$AD^2 = 499.84 \quad / \sqrt{\ }$$
$$\boxed{AD = 22.357 \text{ ס"מ}}$$

נשתמש בנוסחה למציאת נפח פירמידה:

$$V = \frac{B \cdot H}{3} = \frac{\text{שטח בסיס} \cdot \text{גובה}}{3}$$
$$B = AB \cdot AD = 24 \cdot 22.357 = 536.568$$
$$H = SH = 10 \text{ ס"מ}$$
$$V = \frac{536.568 \cdot 10}{3} = 1788.56 \text{ סמ"ק}$$

פתרון שאלה 5

נשרטט תרשים עץ של הבעיה:



א) $P\begin{pmatrix}\text{גשם,}\\ \text{לא,}\\ \text{גשם}\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{14}=\frac{1}{105}$

ב) $P\begin{pmatrix}\text{גשם,}\\ \text{גשם,}\\ \text{גשם}\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{14}=\frac{1}{420}$

כדי שלפחות אחד מערבי החג יהיה ללא גשם, **אסור** שכולם יהיו עם גשם ולכן:

ג) $P\begin{pmatrix}\textbf{לפחות}\text{ אחד}\\ \textbf{בלי}\text{ גשם}\end{pmatrix}=1-P\begin{pmatrix}\text{גשם,}\\ \text{גשם,}\\ \text{גשם}\end{pmatrix}=1-\frac{1}{420}=\frac{419}{420}$

פתרון שאלה 6

א. המסלול השכיח הוא שיחות מוזלות (39%).

ב. אחוז הלקוחות שלא בחרו בשום מסלול הוא: $100 - 39 - 32 - 20 = 9\%$

P (מסרונים או אף מסלול) $= \frac{32+9}{100} = \frac{41}{100} = 0.41$

ג. מספר הלקוחות שבחרו במסלול השיחות המוזלות היה: $\frac{39 \cdot 300}{100} = 117$

ד. נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע:

$$\bar{x} = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + ... + x_iF_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{40+100+70+50}{4} = \frac{260}{4} = 65$$

ה. נסמן את הנתונים לפי הסדר: $40\ , 50, 70, 100$

החציון הוא הממוצע בין שני הנתונים האמצעיים: $\frac{50+70}{2} = 60$

ו. נשתמש בנוסחה למציאת סטיית תקן:

$$S = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2F_1 + (x_2-\bar{x})^2F_2 + ...(x_i-\bar{x})^2F_i}{N}}$$

$$S = \sqrt{\frac{(40-65)^2 + (50-65)^2 + (70-65)^2 + (100-65)^2}{4}}$$

$$S = \sqrt{\frac{625+225+25+1255}{4}} = \sqrt{\frac{2100}{4}} = 22.91$$

פתרון מבחן מתכונת מס' 20

תשובות

פתרון שאלה 1

א. משוואת הפרבולה הנתונה היא: $y = -x^2 + 6\ x - 10$

נסמן את הנתונים: $a = -1 \quad b = 6 \quad c = -10$

נשתמש בנוסחה למציאת קדקוד פרבולה:

$$x_{\text{קדקוד}} = \frac{-b}{2a}$$

$$x_{\text{קדקוד}} = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$$

נציב את ערך ה־x שמצאנו במשוואת הפרבולה: $y = -3^2 + 6 \cdot 3 - 10 = -1$

קדקוד הפרבולה הוא $(3, -1)$.

ב. הפרבולה חותכת את ציר ה־x כאשר $y = 0$.

קיבלנו משוואה ריבועית:

נציב בנוסחת השורשים:

$$0 = x^2 + 6x - 10$$

$$a = -1 \quad b = 6 \quad c = -10$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{-4}}{-2}$$

קיבלנו בתוך השורש ערך שלילי ולכן **אין** נקודות חיתוך עם ציר ה־x, כלומר הפרבולה **לא** חותכת את ציר ה־x.

פתרון שאלה 2

א. נשתמש בנתון:

$$a_{n+1} = -4 \cdot a_n \quad / : a_n$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = -4$$

קיבלנו כי המנה בין כל שני איברים סמוכים קבועה ושווה ל-4-.

מדובר בסדרה הנדסית שמנתה 4-.

ב. נתון כי: $\boxed{a_1 = 6}$, $q = -4$ ולכן:

$$a_2 = 6 \cdot (-4) = -24 \quad \boxed{a_2 = -24}$$

$$a_3 = -24 \cdot (-4) = 96 \quad \boxed{a_3 = 96}$$

$$a_4 = 96 \cdot (-4) = -384 \quad \boxed{a_4 = -384}$$

$$a_5 = -384 \cdot (-4) = 1536 \quad \boxed{a_5 = 1536}$$

ג. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה הנדסית:

$$S_n = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$$

נציב: $a_1 = 6$ $q = -4$ $n = 9$ ונקבל:

$$S_9 = \frac{6\left((-4)^9 - 1\right)}{-4 - 1}$$

$$S_9 = \frac{6 \cdot (-262145)}{-5} = \underline{314{,}574}$$

פתרון שאלה 3

א. נסמן את הנתונים: בספירה הראשונה היו 2,200 עופות

כל **שנתיים** הן יחידת זמן אחת, ולכן:

נשתמש בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$:

$$M_{(0)} = 2200$$

$$M_{(1)} = 3520$$

$$3520 = 2200 \cdot q^1 \quad / \ : 2200$$

$$1.6 = q$$

נשתמש בנוסחה: $q = 1 = \frac{P}{100}$

$$1.6 = 1 + \frac{P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$160 = 100 + P$$

$$\boxed{60\% = P}$$

ב. נתון גם: $M_{(t)} = 9011$:

$$9011 = 2200 \cdot 1.6^t \quad / \ : 2200$$

$$4.0959 = 1.6^t$$

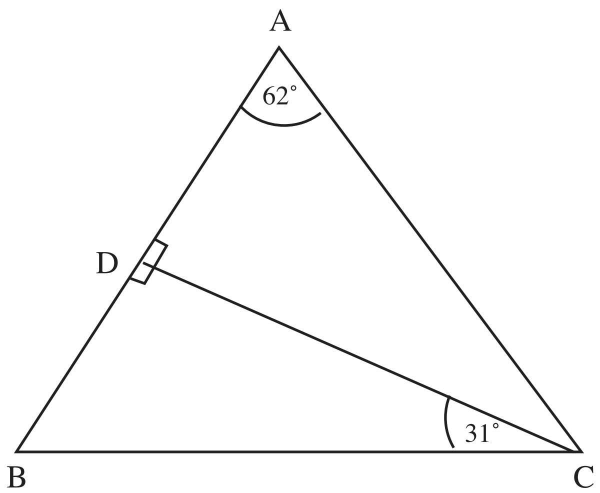
נשתמש בנוסחה למציאת זמן. אם $x = a^t$ אז

$$t = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$t = \frac{\ln\ 4.0959}{\ln\ 1.6} = 3$$

קיבלנו שהספירה תהיה לאחר 3 יחידות של שנתיים, כלומר לאחר 6 שנים.

פתרון שאלה 4



א. סכום זוויות ב-ΔBCD ‏$180°$

ולכן: $\sphericalangle B = 180° - 90° - 31° = 59°$

משולש ABC שווה-שוקיים $(AB = AC)$

ולכן: $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 59°$

$\sphericalangle A = 180 - 59 - 59 = 62°$.

ב. ΔBDC ישר-זווית $(\sphericalangle BDC = 98°)$.

נתון אורך **היתר** (BC) ומחפשים את אורך

הניצב **ליד** הזווית (CD). נשתמש ב-cos.

$$\cos 31° = \frac{CD}{BC}$$

$$\cos 31° = \frac{CD}{17} \quad / \cdot 17$$

$$17 \cdot \cos 31° = CD$$

$$\boxed{CD = 14.57 \text{ ס"מ}}$$

ΔACD ישר-זווית $(\sphericalangle ADC = 90°)$.

נתון אורך הניצב **מול** הזווית (CD) ומחפשים את אורך **היתר** (AC). נשתמש ב-sin.

$$\sin 62^\circ = \frac{CD}{AC}$$

$$\sin 62^\circ = \frac{14.57}{AC}$$

$$AD = \frac{14.57}{\sin 62^\circ}$$

$$\boxed{AC = 16.50 \text{ ס"מ}}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{16.50}{17} = \underline{\underline{0.97}}$$

פתרון שאלה 5

מקום ההתנדבות	מספר המתנדבים	אחוז מבין המתנדבים
תנועות נוער	60	$\boxed{25\%}$
צער בעלי חיים	$\boxed{36}$	15%
החברה להגנת הטבע	$\boxed{24}$	10%
מד"א	$\boxed{24}$	$\boxed{10\%}$
עזרה לקהילה	96	$\boxed{40\%}$
סה"כ	240	$\boxed{100\%}$

א. אחוז המתנדבים בתנועות נוער הוא: $\frac{60}{240} \cdot 100 = 25\%$

מספר המתנדבים בצער בעלי חיים הוא: $240 \cdot \frac{15}{100} = 36$

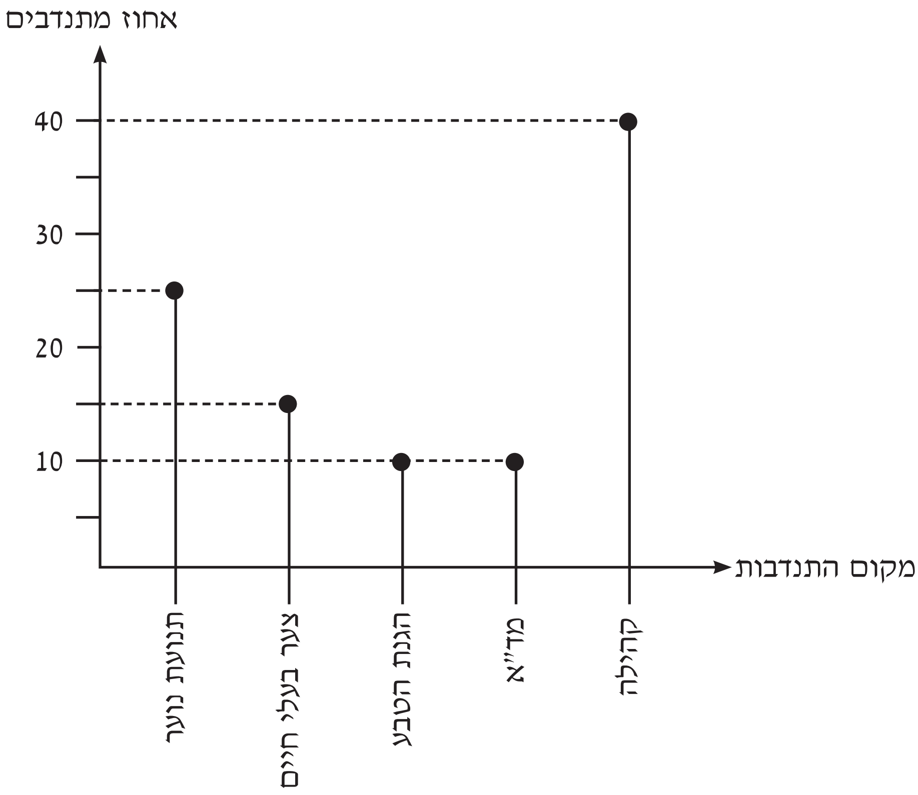
מספר המתנדבים בחברה להגנת הטבע הוא: $240 \cdot \frac{10}{100} = 24$

מספר המתנדבים במד"א הוא: $240 - 60 - 36 - 24 - 96 = 24$

אחוז המתנדבים במד"א הוא: $\frac{24}{240} \cdot 100 = 10\%$

אחוז המתנדבים בעזרה לקהילה הוא: $\frac{96}{240} \cdot 100 = 40\%$

ב.



ג. מקום ההתנדבות השכיח הוא עזרה לקהילה (40%).

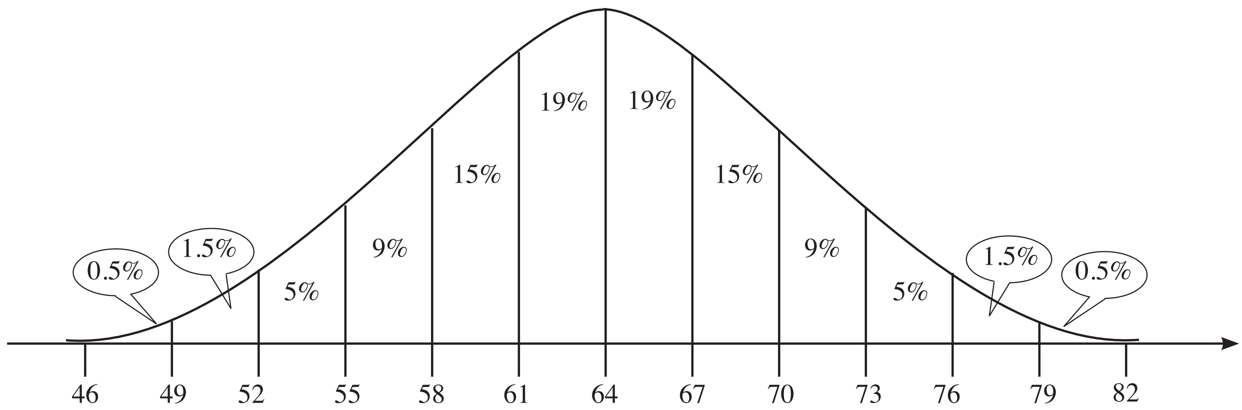
ד. P (תנועת נוער או צער בעלי חיים) = $\frac{25+15}{100} = \frac{40}{100} = 0.4$

פתרון שאלה 6

נתבונן במבחן באנגלית

נסמן על גרף ההתפלגות הנורמלית את הציונים המתאימים, לפי מרחקם בסטיות תקן מהממוצע ונעתיק לגרף את האחוזים מהנוסחאון. סטיית התקן שווה 6 נקודות ולכן חצי סטיית תקן שווה 3 נקודות.

הממוצע היה 64.



הראל קיבל במבחן באנגלית 67 נקודות. נבדוק מהו אחוז התלמידים הנמצאים מתחת ל־67 נקודות:

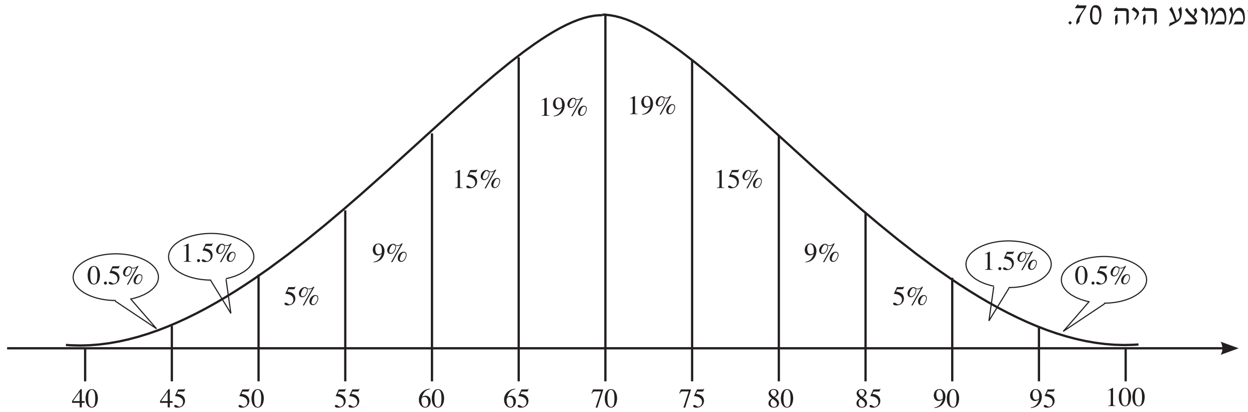
$$0.5 + 1.5 + 5 + 9 + 15 + 19 + 19 = 69\%$$

69% מהתלמידים קיבלו ציון נמוך מהראל במבחן באנגלית.

נתבונן במבחן במתמטיקה

נסמן על גרף ההתפלגות הנורמלית את הציונים המתאימים, לפי מרחקם בסטיות תקן מהממוצע ונעתיק לגרף את האחוזים מהנוסחאון. סטיית התקן שווה 10 נקודות ולכן חצי סטיית תקן שווה 5 נקודות.

הממוצע היה 70.



הראל קיבל במבחן במתמטיקה 75 נקודות. נבדוק מהו אחוז התלמידים הנמצאים מתחת ל־75 נקודות:

$$0.5 + 1.5 + 5 + 9 + 15 + 19 + 19 = 69\%$$

69% מהתלמידים קיבלו ציון נמוך מהראל במבחן במתמטיקה.

הראל הצליח באופן שווה בשני המבחנים (בשני המקרי 69% מהנבחנים קיבלו ציון נמוך ממנו).