

הבעת תודה

ברצוני להודות מקרב הלב לד"ר ילנה זריא שחשבה, המציאה והציעה. ללא השתתפותה, הספר הזה לא היה יוצא לאור.

תודתי הרבה נתונה למר רותם רונן על תרומתו המקצועית לשיפור הספר הזה.

תלמידים יקרים,

בספר שלפניכם אוסף מבחנים לתרגול במתכונת בחינת הבגרות, בהתאם לתכנית ההיבחנות החדשה של משרד החינוך.

על הספר:

בפתחו של הספר תמצאו המלצות להכנה למבחנים. חשוב לעיין בהן. אחריהן מופיע מבנה הבחינה ואחריו חלק א של הספר ובו מבוא לכל הנושאים הנכללים בבחינה. בכל מבוא תקציר הדברים החשובים לנושא. בחלק ב-30 מבחנים במתכונת בחינת בגרות עם תשובות סופיות. בחלק ג - פתרונות מלאים למבחנים. ברוב המקרים, הפתרונות האלה מציעים דרך פתרון מסוימת והיא אינה בהכרח הדרך היחידה. אתם מוזמנים לחפש דרכים נוספות. החיפוש עשוי לעזור לכם להבין יותר את הנושא וכך גם להתכונן למבחן טוב יותר. שימו לב! בפתרונות המבחנים שבחלק ג ישנן הארות המובלטות בטקסט. ההארות האלה עשויות לעזור לכם לא רק לפתור שאלה מסוימת, אלא גם להתמודד עם סיטואציות אחרות בהתאם לנושא. הפתרונות המלאים של עשרת המבחנים האחרונים נמצאים באתר רכס: www.reches.co.il בסיומו של הספר תמצאו נספחים עם המידע הרלוונטי לבחינה. הכנה נעימה ויעילה ובהצלחה!

כיצד להיעזר בספר כדי להצליח בבחינה?

הציוד הדרוש:

1. הספר
2. מחברת תרגול - מחברת חשבון רגילה
3. מחברת למידה - מחברת שורות לליווי הלמידה

הכנה ללמידה:

1. **הציבו לעצמכם מטרה** - המטרה יכולה להיות הציון שאותו אתם רוצים לקבל בבחינה, הבנת נושאי הלימוד או כל מטרה אחרת. לאחר שהחלטתם מהי המטרה שלכם, כתבו אותה במחברת הלמידה.
2. **תכננו את הזמן** - כדי להצליח בבחינה צריך ללמוד וכדי ללמוד צריך לנהל את הזמן. החליטו כמה זמן אתם מתכוונים להשקיע בכל יום כדי ללמוד לבחינה. החליטו על שעות קבועות שבהן תלמדו ותפנו לכך זמן. אפשר לעשות תכנון יומי (לדוגמה, כל יום בין 16:00 ל-17:00), אפשר לעשות תכנון שבועי או כל תכנון זמן שמתאים לכם.
3. **ארגנו סביבת למידה** - סביבת הלמידה צריכה להיות מיועדת ללמידה בלבד. הימנעו מהסחות דעת כגון מחשב, טלפון נייד, ספרים אחרים וכדומה. על סביבת הלמידה להיות שקטה ונוחה. כאשר אתם מתארגנים ללמידה, הכינו מראש שתייה וחטיף כדי שלא תצטרכו לקום מהכיסא במהלך הלמידה.
4. **מנעו הפרעות מראש** - הודיעו למשפחה ואם יש צורך גם לחברים מה הן שעות הלמידה שלכם כדי למנוע הפרעות.

הלמידה:

1. קחו כמה נשימות עמוקות לפני שאתם מתחילים ללמוד, זה ירגיע אתכם ויעזור לכם להיכנס לאווירה הלימודית.
2. פתרו את התרגיל בכוחות עצמכם במחברת התרגול.
3. לאחר שפתרתם את התרגיל, כתבו במחברת הלמידה כיצד פתרתם את התרגיל, באילו קשיים נתקלתם וכדומה. דרך נוספת היא לדמיין שאתם כותבים לילד בן חמש ושעליכם להסביר לו כיצד יש לפתור את התרגיל.
4. אם לא הצלחתם לפתור את התרגיל, כתבו במחברת הלמידה מה היו הקשיים ומה מנע מכם להצליח לפתור את התרגיל.

5. לאחר שכתבתם במחברת הלמידה, קראו בעיון את הפתרון בספר. אם פתרתם נכון, ענו במחברת הלמידה על השאלות הבאות:
- א. במה הפתרון שבספר שונה מהפתרון שאתם כתבתם?
 - ב. האם מופיעות דרכים יעילות יותר לפתרון התרגיל?
 - ג. האם למדתם משהו חדש מהתרגיל הזה?
 - ד. אילו דברים עשיתם טוב בתרגיל?
6. אם הפתרון שלכם שגוי, ענו במחברת הלמידה על השאלות הבאות:
- א. איפה טעיתם?
 - ב. האם למדתם משהו חדש מהתרגיל הזה? מה?
 - ג. כיצד עליכם לגשת לתרגיל כדי לפתור אותו או תרגילים דומים לו בפעם הבאה?
 - ד. מה הדברים שעשיתם טוב בתרגיל זה?
7. עברו לתרגיל ממבחן אחר באותו נושא והמשיכו לפתור תרגילים באותו נושא עד שתרגישו מספיק בטוחים בנושא זה.
8. חשוב להמשיך ולפתור תרגילים גם בנושאים שאתם כבר יודעים טוב במקביל ללמידה של נושא חדש.
9. כדאי להוסיף לתרגול העצמי זמן למידה עם חבר, או לנסות לעזור לתלמידים אחרים ברשתות החברתיות ובפורומים באינטרנט.

הבחינה:

1. שנו היטב בלילה לפני הבחינה, אין סיבה ללמוד במשך הלילה או לנסות לדחוס עוד חומר.
2. אכלו טוב ביום של הבחינה - לא מעט מדי ולא פחות מדי.
3. דאגו שיהיה לידכם בקבוק מים בזמן הבחינה.
4. אם אתם סובלים מקור המזגן, אל תשכחו להביא בגד ארוך ליום הבחינה.
5. בתחילת הבחינה קחו כמה נשימות עמוקות כפי שעשיתם בזמן הלמידה.
6. קראו היטב את השאלות ובחרו את השאלות המועדפות עליכם.
7. התחילו לפתור מהשאלה הקלה יותר עבורכם.
8. קראו פעמיים כל שאלה לפני שאתם עונים עליה.
9. כתבו תשובות ברורות ומנומקות. השתמשו בשפה מתמטית ואל תדלגו על שלבים.
10. כתבו בכתב יד קריא.

11. אל תתעכבו זמן רב מדי על שאלה, אם אינכם מצליחים לפתור, עברו לשאלה הבאה. חזרו לשאלה זו כאשר תסיימו את השאלות האחרות.
12. אל תענו על מספר שאלות גדול מהדרוש, הבוחן יבדוק רק את השאלות הראשונות.
13. לאחר שסיימתם את הבחינה, בדקו את התשובות שלכם - זה חשוב מאוד ויכול להיות הבדל בין ציון מעולה לבין ציון לא טוב.
14. בצאתכם מהמבחן, אל תדברו על השאלות, תנחו וטפחו לעצמכם על השכם על העבודה הטובה שעשיתם.

מבנה השאלון

לפי http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/

4 יחידות לימוד – שאלון שני (35805)

מבנה השאלון ופירוט הנושאים החל ממועד חורף תשע"ג

החל ממועד חורף תשע"ג, חדו"א של פונקציות טריגונומטריות (ללא הרכבה שלהן עם פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות) ייכלל בשאלון 35805.

שאלון שני (35805) – 35%	משך השאלון: שעה ושלושה רבעים
<p>פרק א – בחירה של שאלה אחת מתוך 2 שאלות סדרות טריגונומטריה במרחב</p>	
<p>פרק ב – בחירה של 2 שאלות מתוך 3 שאלות בעיות גדילה ודעיכה</p>	
<p>חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונלי), פונקציות מעריכיות ופונקציות לוגריתמיות</p>	
<p>תלמידים עם לקויות למידה, שאושר להם מבחן מותאם, יענו על 3 שאלות – לפחות שאלה אחת מכל פרק.</p>	

פירוט הנושאים בשאלון 35805 ניתן למצוא באתר המפמ"ר למתמטיקה במשרד החינוך:

http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut_pedagogit/matematika/pinathamafmar/mavo.htm

חלק א: מבוא לנושאים

מבוא לסדרות

סדרה חשבונית a_n היא סדרת מספרים, שבה ההפרש בין שני איברים סמוכים בסדרה $a_{n+1} - a_n$ הוא מספר קבוע, הנקרא הפרש הסדרה. הפרש הסדרה מסומן בדרך כלל ב-d.
את הגדרת הסדרה החשבונית ניתן לרשום על ידי כלל נסיגה: $a_{n+1} = a_n + d$.
אם הפרש הסדרה החשבונית הוא מספר חיובי - אז הסדרה עולה.
אם הפרש הסדרה החשבונית הוא מספר שלילי - אז הסדרה יורדת.
אם הפרש הסדרה החשבונית הוא אפס - אז כל איברי הסדרה זהים.

דוגמאות של סדרות חשבוניות

- הפרש הסדרה הוא 3, מספר חיובי, לכן הסדרה עולה. $2, 5, 8, 11, \dots$
- הפרש הסדרה הוא -2, מספר שלילי, לכן הסדרה יורדת. $8, 6, 4, 2, 0, \dots$
- הפרש הסדרה הוא 0, לכן כל איברי הסדרה זהים. $7, 7, 7, 7, \dots$

כדי להוכיח שסדרת מספרים היא סדרה חשבונית יש להוכיח כי ההפרש בין שני איברים סמוכים בסדרה $a_{n+1} - a_n$ הוא מספר קבוע (ראו למשל שאלה 1, מבחן 26).
את התנאי שסדרת מספרים היא סדרה חשבונית אפשר לרשום כשוויון בין ההפרשים של שני איברים סמוכים בסדרה.

את התנאי **שסדרת מספרים היא סדרה חשבונית** אפשר גם לרשום על ידי סימון איברי הסדרה כך: $a_1, a_1+d, a_1+2d, \dots$ (ראו למשל שאלה 1 במבחנים 5, 7, 18).
נוסחת האיבר הכללי בסדרה חשבונית $a_n = a_1 + d(n-1)$.

נוסחאות הסכום של n האיברים הראשונים של סדרה חשבונית:

$$S_n = \frac{n(2a_1 + d(n-1))}{2}, \quad S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

את סכום האיברים שאינם איברים ראשונים של סדרה חשבונית, מאיבר שמספרו n עד איבר שמספרו m , אפשר למצוא בדרכים שונות:

(1) כהפרש בין סכום האיברים הראשונים של סדרה (ראו למשל שאלה 1 במבחנים 11, 23, 27):

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_m = S_m - S_{n-1}$$

(2) כסכום של האיברים הראשונים בסדרה חשבונית בעלת אותו הפרש ומתחילה מ- a_n :

$$S_m - S_{n-1} = \frac{2an + d(m(n-1)-1)}{2} \cdot (m - (n-1))$$

סדרה הנדסית היא סדרת מספרים שבה יחס בין שני איברים סמוכים בסדרה $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ הוא מספר קבוע השונה מ-0, הנקרא **מנת הסדרה**. נהוג לסמן את מנת הסדרה באות q .

הגדרה של סדרה הנדסית ניתן לרשום על ידי כלל נסיגה: $a_{n+1} = a_n q$.

אם בסדרה הנדסית $q > 1$, אז הסדרה עולה בערך מוחלט.

אם בסדרה הנדסית $0 < q < 1$, אז הסדרה יורדת בערך מוחלט.

אם בסדרה הנדסית $q < 0$, אז הסדרה לא עולה ולא יורדת.

אם בסדרה הנדסית $q = 1$, אז כל איברי הסדרה זהים.

דוגמאות של סדרות הנדסיות

- $1, 2, 4, 8, \dots$ מנת הסדרה 2, הסדרה עולה.
- $8, 4, 2, 1, \dots$ מנת הסדרה 0.5, הסדרה יורדת.
- $1, -3, 9, -27, \dots$ מנת הסדרה -3, הסדרה לא עולה ולא יורדת.
- $7, 7, 7, 7, \dots$ מנת הסדרה 1, כל איברי הסדרה זהים.

כדי להוכיח שסדרת מספרים היא סדרה הנדסית יש להוכיח כי היחס בין שני איברים סמוכים בסדרה $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ הוא מספר קבוע (ראו למשל שאלה 1 במבחנים 12, 15, 17, 21).

כאשר נתון שסדרת מספרים היא סדרה הנדסית, אפשר לרשום שוויון בין מנות של שני איברים סמוכים

בסדרה. לדוגמה: נתון שהסדרה: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ היא סדרה הנדסית. ניתן להיעזר בנתון זה ולרשום:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_4}{a_3}$$

כאשר נתון שסדרת מספרים היא סדרה הנדסית, אפשר לרשום את איברי הסדרה כך:

$$a_1, a_1q, a_1q^2, \dots \text{ (ראו למשל שאלה 1 במבחנים 5, 7, 11, 12, 18).}$$

$$a_n = a_1q^{n-1} \text{ נוסחת האיבר הכללי בסדרה הנדסית:}$$

נוסחת סכום של n האיברים הראשונים של סדרה הנדסית:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

את סכום האיברים שאינם האיברים הראשונים של סדרה הנדסית, מאיבר שמספרו n עד איבר שמספרו m , אפשר למצוא בדרכים שונות:

(1) כהפרש בין הסכומים של האיברים הראשונים בסדרה (ראו למשל שאלה 1 במבחנים 11, 23, 27):

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_m = S_m - S_{n-1}$$

(2) כסכום של האיברים הראשונים של סדרה חשבונית בעלת אותה המנה שהאיבר הראשון שלה הוא a_n :

$$S_m - S_{n-1} = \frac{a_n(q^{m-(n-1)} - 1)}{q - 1}$$

בכל סדרה מספרית: $a_1 = S_1$, עבור כל איבר בסדרה, החל מהאיבר השני: $a_n = S_n - S_{n-1}$, ניתן להשתמש בתכונה זו כדי למצוא את האיבר הכללי בסדרה, כאשר נתונה נוסחת סכום n האיברים הראשונים בסדרה.

סדרה מספרית יכולה להיות סופית או אינסופית.

אם בסדרה הנדסית $-1 < q < 1$, אז סדרה נקראת סדרה הנדסית אינסופית יורדת.

קיים סכום של סדרה הנדסית אינסופית יורדת. את הסכום אפשר למצוא לפי הנוסחה: $S_\infty = \frac{a_1}{q-1}$

אסטרטגיה לפתרון משימות בנושא "סדרה חשבונית וסדרה הנדסית".

את כל הגדלים הקשורים לסדרה חשבונית או לסדרה הנדסית קל לבטא דרך שלושה משתנים בסיסיים:

האיבר הראשון (a_1), מספר האיברים (n) וההפרש (d) או מנת הסדרה (q).

את רוב המשימות בנושא "סדרה חשבונית וסדרה הנדסית" אפשר לפתור בדרך זו:

א. רושמים את כל הנתונים במשימה בעזרת המשתנים הבסיסיים ומקבלים מערכת משוואות.

ב. פותרים את מערכת המשוואות ומוצאים את הערכים של המשתנים הבסיסיים.

ג. עונים על כל השאלות במשימה.

ד. מומלץ לבדוק האם הפתרון שהתקבל מתאים לכל התנאים במשימה.

שימו לב, לפעמים במשימה אין מספיק נתונים ואין צורך למצוא את הערכים של כל המשתנים הבסיסיים כדי לענות על השאלות. למשל, מציאת יחס בין איברי הסדרה לא תמיד דורשת לדעת מה האיבר הראשון או מה מספר האיברים (ראו למשל שאלה 1 במבחנים 4, 8, 22, 25).