

תלמידים יקרים

מועד הבחינה קרב ובא. הספר שלפניכם מכיל 25 מבחנים, הכתובים במתכונת בחינת הבגרות לפי תכנית ההיבחנות החדשה שפרסם משרד החינוך, ובהתאם **למבנה הבחינה המעודכן על פי חוזרי מפמ"ר**.

מבנה הספר: בספר 20 מבחנים. המבחנים מותאמים לתכנית הלימודים של משרד החינוך ומתרגלים את החומר על היבטיו השונים.

- 15 מבחנים כוללים פתרונות מלאים והסברים מפורטים.
- 5 מבחנים נוספים כוללים תשובות סופיות. פתרונות מלאים והסברים מפורטים ניתן למצוא באתר רכס www.reches.co.il.

בנוסף, מצורפת לספר חוברת הכוללת 5 מבחנים לתרגול לקראת הבגרות, במבנה בחינת הבגרות. את המבחנים בחוברת מומלץ לפתור לפי הזמן הניתן בבגרות. למבחנים אלו מצורפות תשובות סופיות ובאתר האינטרנט ניתן למצוא פתרונות מלאים והסברים מפורטים.

בספר ניתן למצוא:

טיפים להצלחה במהלך הבחינה, רשימת נוסחאות מורחבת, הסברים על הנושאים ותרגילים לדוגמה עם פתרונות מלאים ודף נוסחאות המתאים לשאלון זה.

הנחיות לתלמידים לשימוש בספר:

1. כל בחינה היא סימולציה של הבחינה האמיתית ולכן מומלץ לפתור את כל השאלות במבחן (לאו דווקא על פי סדר הופעתן).
 2. כאשר נתקלים בקושי, ניתן להעזר בפתרונות המלאים והמפורטים.
 3. כדאי לתרגל את פתרון הבחינה תוך שמירה על מסגרת הזמן המוקצב בבגרות.
3. בסיום כל בחינה מומלץ לעיין גם בפתרונות המלאים והמפורטים.

מבנה בחינת הבגרות:

משך הבחינה: שעה וחצי.

מבנה הבחינה: אלגברה וגרפים - 2-1 שאלות

סדרה חשבונית, סדרה הנדסית, בעיות גדילה ודעיכה - 2-1 שאלות

טריגונומטריה במישור ובמרחב - 2-1 שאלות

סטטיסטיקה, הסתברות והתפלגות נורמלית - 2-1 שאלות

במבחן יש 6 שאלות. מותר לענות על **כולן**.

כל שאלה מזכה ב- 25 נקודות אך לא ניתן לצבור יותר מ- 100 נקודות (מתוך 150 אפשריות).

תלמידים הזכאים למבחן **מותאם** יענו על **כל** השאלות אך כל שאלה תזכה אותם ב- $33\frac{1}{3}$ נקודות.

בהצלחה מכל הלב

שחר יהל

תוכן העניינים

9	טיפים
11	רשימת נוסחאות מורחבת ודרכים לפתרון השאלות
51	מבחן מתכונת מס' 1
54	מבחן מתכונת מס' 2
58	מבחן מתכונת מס' 3
62	מבחן מתכונת מס' 4
66	מבחן מתכונת מס' 5
70	מבחן מתכונת מס' 6
74	מבחן מתכונת מס' 7
78	מבחן מתכונת מס' 8
81	מבחן מתכונת מס' 9
85	מבחן מתכונת מס' 10
90	מבחן מתכונת מס' 11
94	מבחן מתכונת מס' 12
98	מבחן מתכונת מס' 13
101	מבחן מתכונת מס' 14
105	מבחן מתכונת מס' 15
109	מבחן מתכונת מס' 16
113	מבחן מתכונת מס' 17
116	מבחן מתכונת מס' 18
119	מבחן מתכונת מס' 19
124	מבחן מתכונת מס' 20
131	פתרון מבחן מתכונת מס' 1
137	פתרון מבחן מתכונת מס' 2
143	פתרון מבחן מתכונת מס' 3
149	פתרון מבחן מתכונת מס' 4

155	פתרון מבחן מתכונת מס' 5
160	פתרון מבחן מתכונת מס' 6
168	פתרון מבחן מתכונת מס' 7
175	פתרון מבחן מתכונת מס' 8
182	פתרון מבחן מתכונת מס' 9
187	פתרון מבחן מתכונת מס' 10
193	פתרון מבחן מתכונת מס' 11
199	פתרון מבחן מתכונת מס' 12
206	פתרון מבחן מתכונת מס' 13
213	פתרון מבחן מתכונת מס' 14
220	פתרון מבחן מתכונת מס' 15
227	פתרון מבחן מתכונת מס' 16
228	פתרון מבחן מתכונת מס' 17
229	פתרון מבחן מתכונת מס' 18
230	פתרון מבחן מתכונת מס' 19
231	פתרון מבחן מתכונת מס' 20
233	נוסחאון במבנה בחינת הבגרות
237	נוסחאון מורחב

טיפים להצלחה במהלך הבחינה

1. בתחילת הבחינה קראו היטב את **כל** השאלות וסמנו לעצמכם את השאלות המועדפות על ידכם. קראו כל שאלה לפחות פעמיים, כדי שלא תחמיצו נתון כלשהו.
2. **אין** צורך לענות על השאלות לפי סדר הופעתן. מומלץ לענות תחילה על השאלה הקלה יותר.
3. יש לכתוב תשובות מלאות ומנומקות. **אין** לדלג על שלבים בפתרון. יש לרשום את כל הטיוטות במחברת הבחינה **בלבד**.
4. יש לענות על **כל** השאלות. **זכרו!** במבחן **צוברים** נקודות על כל שלב נכון. נסו לפתור כל תרגיל. גם אם אינכם מצליחים השאירו את הנסיונות.
5. עדיף לענות על חלק משאלה מאשר לא לענות כלל.
6. הדגישו במרקר את התשובות הסופית או מסגרו אותן.
7. עם סיום הבחינה אל תמהרו לצאת! בדקו שוב את התשובות לתרגילים. ראו שלא החמצתם סעיף כלשהו.
8. אם אתם לא מצליחים לפתור שאלה **אל תאבדו איתה!** המשיכו לשאלה אחרת ייתכן שהיא תהיה נוחה יותר. בסוף המבחן חזרו לשאלות שלא הצלחתם ונסו לפתור אותן שוב.
9. מומלץ להעזר בטבלאות ובסרטוטים במידת הצורך.

802 – רשימת נוסחאות מורחבת ודרכים לפתרון השאלות

משוואות

* **משוואה ממעלה שנייה** יש להעביר את כל האיברים לאגף אחד: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

משתמשים בנוסחת השורשים:

– אם $a \cdot b = 0$ אז $b = 0$ או $a = 0$

$$x(x + 3) = 0$$

לדוגמה:

$$\boxed{x = 0} \text{ או } x + 3 = 0$$

$$\boxed{x = -3}$$

– אם מספר $x^2 =$ נוציא שורש ($\sqrt{\quad}$) מהמספר והפתרון יהיה $x = \pm(\sqrt{\text{מספר}})$

$$x^2 = 9 \quad / \sqrt{\quad}$$

לדוגמה:

$$\boxed{x = 3} \text{ או } \boxed{x = -3}$$

* מערכת של שתי משוואות עם שני נעלמים (x ו- y).

ישנן שתי שיטות לפתרון מערכת משוואות:

א. **שיטת ההצבה**

נבודד את y באחת המשוואות ונציב אותו במשוואה השנייה.

ב. **שיטת השוואת מקדמים**

נרשום את שתי המשוואות זו מעל זו ונדאג שאחד המקדמים (של x או של y) יהיה זהה (אבל בסימן הפוך). ניתן לעשות זאת על ידי הכפלת משוואה אחת או שתיים במספר כלשהו. לאחר מכן נחבר את המשוואות ובכך נבטל את אחד הנעלמים.

לדוגמה:

$$x + y = 7 \quad / \cdot 2$$

$$2x - 2y = 2$$

$$2x + 2y = 14$$

$$+ \quad 2x - 2y = 2$$

$$4x = 16 \quad / : 4$$

$$\boxed{x = 4}$$

נציב $x = 4$ במשוואה הראשונה ונקבל $4 + y = 7$

$$y = 3$$

נוסחאות הכפל המקוצר:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

פרבולות

פרבולה היא סרטוט של פונקציה ממעלה שנייה (ריבועית): $y = ax^2 + bx + c$



כאשר a חיובי – הפרבולה תהיה "מחייכת" (כלומר בעלת נקודת מינימום)



כאשר a שלילי – הפרבולה תהיה "בוכה" (כלומר בעלת נקודת מקסימום)

– חיתוך של פרבולה עם הצירים:

חיתוך עם ציר ה- y : נציב במשוואה $x = 0$.

חיתוך עם ציר ה- x : נציב במשוואה $y = 0$ ונפתור לפי נוסחת השורשים.

דוגמאות לנושא פונקציות וגרפים:

שאלה 1

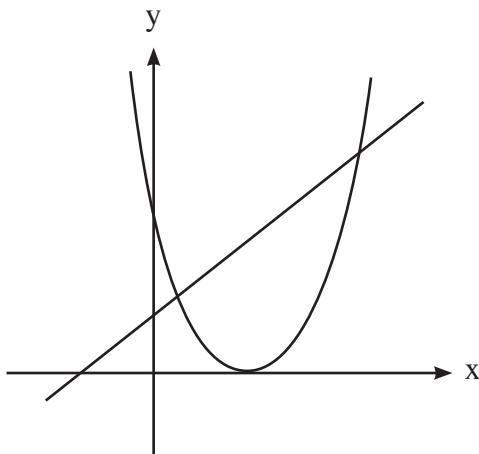
בציור שלפניך משורטטים הגרפים של הפונקציות:

$$F(x) = (x - 4)^2$$

$$g(x) = x + 8$$

א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים זה עם זה.

ב. באילו ערכי x מתקיים $F(x) < g(x)$.



פתרון שאלה 1

$$(x - 4)^2 = x + 8$$

$$(x - 4)(x - 4) = x + 8$$

$$x^2 - 4x - 4x + 16 = x + 8$$

$$x^2 - 4x - 4x + 16 - x - 8 = 0$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -9 \quad c = 8$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{9+7}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{9-7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_1 = 8 + 8 = 16$$

$$y_2 = 1 + 8 = 9$$

א. נשווה את ערך ה־y בשתי המשוואות:

$$\boxed{(x - 4)^2 = (x - 4)(x - 4)} \quad \text{זכרו:}$$

קיבלנו משוואה ריבועית:

נציב בנוסחת השורשים:

כדי למצוא את ערך ה־y נציב את ערכי ה־x שקיבלנו במשוואה השנייה.

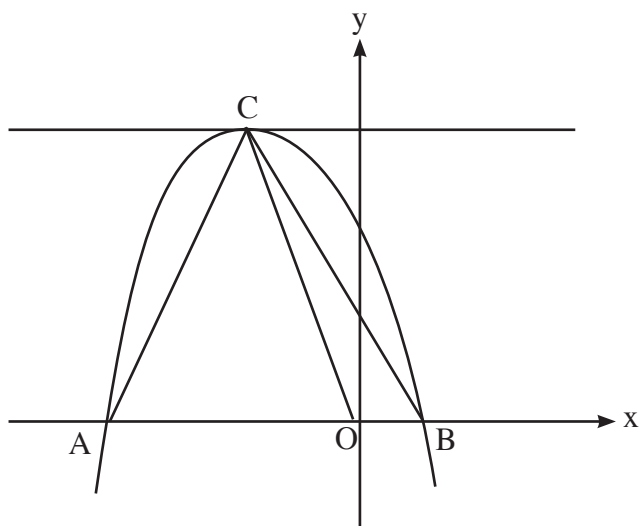
התשובה: נקודות החיתוך של הפונקציות הן: (1, 9), (8, 16).

ב. הפונקציה $F_{(x)}$ מתארת שרטוט של פרבולה, והפונקציה $g_{(x)}$ מתארת שרטוט של קו ישר.

אנו רוצים למצוא באילו ערכי x מתקיים $F_{(x)} < g_{(x)}$, כלומר מתי ערכי הקו הישר גדולים יותר מערכי הפרבולה.

לפי השרטוט רואים שהדבר מתקיים בין נקודות החיתוך של הפונקציות, כלומר בתחום $\boxed{1 < x < 8}$

שאלה 2



נתונה פרבולה שמשוואתה $y = -x^2 - 6x + 7$ וישר שמשוואתו $y = 16$ (O - ראשית הצירים).

א. הפרבולה חותכת את ציר x בנקודות A ו-B.

מצא את שיעורי הנקודות A ו-B (ראה שרטוט).

ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה והישר $y = 16$ (הנקודה C בשרטוט).

ג. חשב את שטחי המשולשים CAO ו-CBO.

פתרון שאלה 2

$$y = -x^2 - 6x + 7$$

$$0 = -x^2 - 6x + 7$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 7}}{2 \cdot (-1)} = \frac{6 \pm \sqrt{64}}{-2} = \frac{6 \pm 8}{-2}$$

$$x_1 = \frac{6+8}{-2} = \frac{14}{-2} = -7 \quad \boxed{A(-7, 0)}$$

$$x_2 = \frac{6-8}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \quad \boxed{B(1, 0)}$$

ב. נקודה C נמצאת על הישר $y = 16$ ועל הפרבולה $y = -x^2 - 6x + 7$

$$16 = -x^2 - 6x + 7$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

נשווה את שתי המשוואות:

א. נקודות A ו-B נמצאות על הפונקציה

ועל ציר ה-x. נציב $y = 0$:

קיבלנו משוואה ריבועית: $a = -1$ $b = -6$ $c = 7$

נשתמש בנוסחה השורשים:

קיבלנו משוואה ריבועית: $a = 1$ $b = 6$ $c = 9$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-6 \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{-6+0}{2} = -3 \quad \boxed{C(-3, 16)}$$

$$S_{CBO} = \frac{BO \cdot y_C}{2} = \frac{1 \cdot 16}{2} = 8$$

ג.

$$S_{CAO} = \frac{AO \cdot y_C}{2} = \frac{7 \cdot 16}{2} = 56$$

סדרה חשבונית

סדרה בעלת הפרש קבוע (d) ניתן להשתמש בשתי נוסחאות (המופיעות בדף הנוסחאות):

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \text{נוסחת האיבר הכללי:}$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \quad \text{הנוסחה לסכום סדרה:}$$

ברוב השאלות בנושא הסדרות נקבל שתי משוואות עם שני נעלמים (a_1 ו- d). נפתור את המשוואות, בדרך כלל, בשיטת השוואת מקדמים.

כאשר יש בעיה מילולית **חובה** לתת תשובה במילים.

לאחר שפתרתם את התרגיל, מומלץ לבצע בדיקה, כלומר לפרוש את הסדרה (לרשום את כל האיברים בסדרה החל מהאיבר הראשון) ולראות שהתשובה שהתקבלה נכונה.

סדרה הנדסית

סדרה בעלת **מנה** קבועה (q). ניתן להשתמש בשתי נוסחאות (המופיעות בדף הנוסחאות):

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad \text{נוסחת האיבר הכללי:}$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{הנוסחה לסכום סדרה:}$$

ניתן גם (ואף מומלץ), לאחר שמצאת את האיבר הראשון (a_1) ואת מנת הסדרה (q) לפרוש את הסדרה (לרשום את כל האיברים בסידורה החל מהאיבר הראשון) ולחשב את התשובה שמבקשים.

כאשר יש בעיה מילולית חובה לתת תשובה במילים.

דוגמאות לנושא סדרות:

שאלה 1

סדרה מוגדרת לכל n טבעי באמצעות כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 70 \\ a_{n+1} = a_n - 3 \end{cases}$$

- רשום את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
- הסבר מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית יורדת.
- מהו הפרש הסדרה?
- חשב את הסכום של עשרת האיברים הראשונים של הסדרה.

פתרון שאלה 1

א. נתון: $a_1 = 70$

כדי למצוא את a_2 נציב $n = 1$ בנוסחה:

$$a_{n+1} = a_n - 3$$

$$a_{1+1} = a_1 - 3$$

$$a_2 = 70 - 3$$

$$\boxed{a_2 = 67}$$

כדי למצוא את a_3 נציב $n = 2$ בנוסחה:

$$a_{2+1} = a_2 - 3$$

$$a_3 = 67 - 3$$

$$\boxed{a_3 = 64}$$

כדי למצוא את a_4 נציב $n = 3$ בנוסחה:

$$a_{3+1} = a_3 - 3$$

$$a_4 = 64 - 3$$

$$\boxed{a_4 = 61}$$

ב. נשתמש בנוסחה הנתונה:
 $a_{n+1} = a_n - 3$
 $a_{n+1} - a_n = -3$
 נעביר את a_n לאגף השני ונקבל:
 קיבלנו כי הסדרה חשבונית והפרשה 3- ולכן היא סדרה חשבונית יורדת.

ג. הפרש הסדרה הוא 3-.

ד. קיבלנו את הסדרה ... 61, 64, 67, 70 ולכן:
 $a_1 = 70$
 $d = -3$

נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה חשבונית:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \cdot 70 + (70-1)(-3)]$$

$$S_{10} = 5 [140 - 207]$$

$$S_{10} = -335$$

שאלה 2

מפעל המייצר חלקי חילוף למכוניות ייצר בחודש הראשון (חודש ינואר) 1,500 פריטים. בגלל דרישות השוק, המפעל הגביר את הייצור בכל חודש ב-150 פריטים יותר מאשר בחודש הקודם.
 א. כמה פריטים ייצר המפעל בחודש ה-12 (חודש דצמבר)?
 ב. כמה פריטים ייצר המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?
 ג. הרווח הנקי מכל פריט הוא 750 ש"ח. כמה הרוויח המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?

פתרון שאלה 2

א. המפעל ייצר בחודש ינואר 1500 פריטים ולכן:
 $a_1 = 1500$
 $d = 150$
 בכל חודש הוא ייצר 150 פריטים יותר ולכן:
 נשתמש בנוסחה למציאת איבר כללי:
 $a_n = a_1 + (n-1)d$
 $a_{12} = a_1 + 11d$
 נציב $n = 12$
 $a_{12} = 1500 + 11 \cdot 150 = 3150$

ב. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה חשבונית:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

נציב: $a_1 = 1500$ $d = 150$ $n = 12$ ונקבל:

$$S_{12} = \frac{12}{2} [2 \cdot 1500 + 11 \cdot 150]$$

$$S_{12} = 6 [3000 + 1650]$$

$$\boxed{S_{12} = 27,900}$$

ג. הרווח מכל פריט הוא 750 ש"ח

המפעל ייצר 27,900 פריטים.

הרווח הכללי הוא: $20,925,000$ ש"ח = $750 \cdot 27,900$

שאלה 3

משכורות של 5 עובדים מהווים סדרה הנדסית עולה.

המשכורת הנמוכה ביותר היא 2,000 ש"ח והמשכורת הגבוהה ביותר היא 5,712.2 ש"ח.

א. חשב את מנת הסדרה ההנדסית.

ב. חשב את סכום המשכורות של חמשת העובדים.

ג. חשב את הממוצע של חמש משכורות העובדים.

פתרון שאלה 3

א. נשתמש בנוסחה למציאת האיבר הכללי: $a_n = a_1 q^{n-1}$

נתון כי: $a_5 = 5712.2$ $a_1 = 2,000$

$$a_5 = a_1 q^4$$

$$5712.2 = 2000 \cdot q^4 / : 2000$$

$$2.8561 = q^4 / \sqrt{\quad}$$

$$\boxed{1.3 = q}$$

ב. נחשב את משכורות חמשת העובדים:

$$a_1 = 2000$$

$$a_2 = 2000 \cdot 1.3 = 2600$$

$$a_3 = 2600 \cdot 1.3 = 3380$$

$$a_4 = 3380 \cdot 1.3 = 4394$$

$$a_5 = 5712.2$$

$$S_5 = 2000 + 2600 + 3380 + 4394 + 5712.2 = 18086.2$$

ג. הממוצע של חמש המשכורות הוא: 3617.24 ש"ח $= \frac{18086.2}{5}$

גדילה ודעיכה

נשתמש בנוסחה: $M_t = M_0 \cdot q^t$

כאשר: M_t - כמות בזמן t

M_0 - כמות בזמן $t = 0$ (כמות התחלתית).

t - זמן

q - קצב השינוי

נוסחת עזר נוספת היא: $q = 1 \pm \frac{P}{100}$

P - אחוז השינוי.

טבלת עזר לפתרון תרגילים בנושא גידול ודעיכה

איך מוצאים	מה מחפשים	נתון
מציבים בנוסחה	$M(t)$	$M_0 q^t$
מציבים בנוסחה ומחלקים $M_{(t)} = \frac{M_{(0)}}{q^t}$	$M(0)$	$M_{(t)} q^t$
מציבים בנוסחה ומוציאים שורש.	q	$M_t M_0 t$
מציבים בנוסחה ונעזרים בנוסחה: אם $a^t = x$ אז: $t = \frac{\ln x}{\ln a}$	t	$M_t M_0 q$

שאלה 1

- במעבדה ביולוגית מתבצע ניסוי של תרופה חדשה.
 בתחילת הניסוי היו 20,000,000 חיידקים בתרבית מסוימת. כאשר מוסיפים את התרופה החדשה לתרבית, קטן מספר החיידקים בתרבית פי שניים בכל ארבע שעות.
- כמה חיידקים נותרו בתרבית ארבע שעות לאחר הוספת התרופה?
 - כמה חיידקים נותרו בתרבית 12 שעות לאחר הוספת התרופה?
 - כעבור כמה שעות מתחילת הניסוי יישארו בתרבית 5,000,000 חיידקים?
 - הוחלט כי הניסוי יימשך עד שבתרבית יישארו פחות מ-500,000 חיידקים.
 - (1) כמה חיידקים נותרו בתרבית כעבור 24 שעות?
 - (2) האם הניסוי יסתיים לאחר 24 שעות? נמק.

פתרון שאלה 1

- א. נסמן את הנתונים: בתחילה היו 20,000,000 חיידקים
 $M_{(0)} = 20,000,000$
 כל ארבע שעות הן יחידת זמן, שבה קטן מספר החיידקים פי שניים.
 ולכן:
 אחרי ארבע שעות יהיו 10,000,000 חיידקים בתרבית.
- ב. כל ארבע שעות הן יחידת זמן ולכן 12 שעות הן 3 יחידות זמן. מספר החיידקים קטן פי שניים
 ולכן $q = 0.5$
 נשתמש בנוסחה: $M_{(t)} = M_{(0)} q^t$
 $t = 3$
 $M_{(3)} = 20,000,000 \cdot 0.5^3 = 2,500,000$